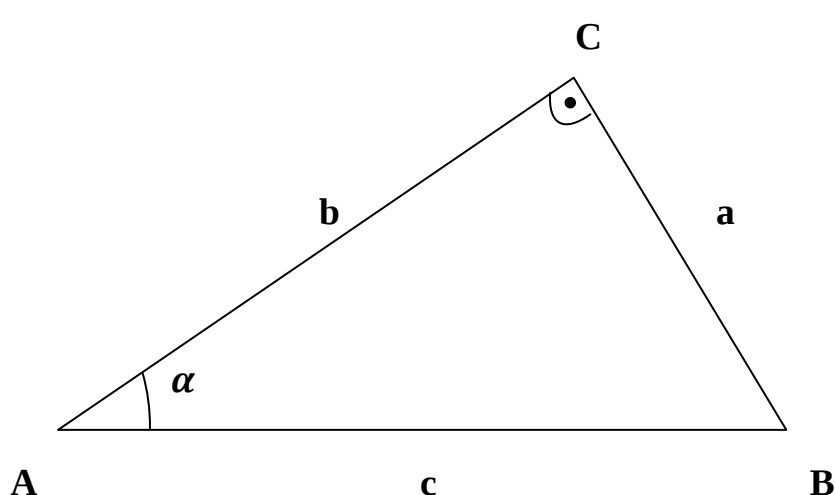


Trigonometrie

Trigonometrie je částí matematiky, ve které využíváme goniometrických funkcí k tzv. řešení trojúhelníků. Na základě známých rozměrů a úhlů tak můžeme vypočítat ostatní a tím řešit i další a složitější geometrické úlohy.

I. Goniometrické funkce na pravoúhlém trojúhelníku



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

(protilehlá ku přeponě)

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

(přilehlá ku přeponě)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

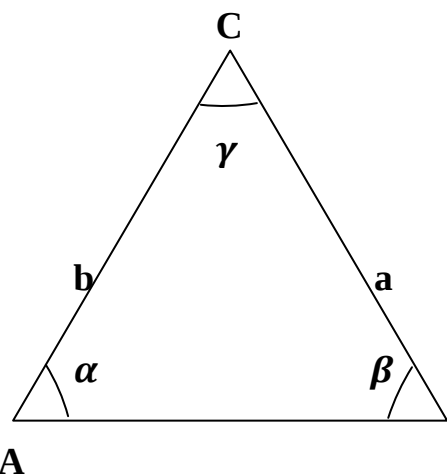
(protilehlá ku přilehlé)

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$$

(přilehlá ku protilehlé)

II. Sinová věta

Pro každý trojúhelník ABC se stranami a, b, c a vnitřními úhly α, β, γ platí:



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Sinovou větu používáme při řešení trojúhelníku zadaného jednou stranou a dvěma úhly nebo dvěma stranami a úhlem proti jedné z nich.

III. Kosinová věta

Pro každý trojúhelník ABC se stranami a, b, c a vnitřními úhly α, β, γ platí:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Kosinovou větu použijeme při zadání tří stran nebo dvou stran a úhlu jimi sevřeného.

Příklady k procvičení:

1. Vypočtete délky zbývajících stran a velikosti úhlů pravoúhlého $\triangle ABC$ s pravým úhlem při vrcholu C, je-li dáno:

- | | |
|--|--|
| a) $a = 7\text{cm}, \alpha = 28^\circ$ | b) $a = 0,8\text{dm}, b = 15\text{cm}$ |
| c) $b = 0,2\text{m}, \beta = 63^\circ$ | d) $c = 1\text{m}, \alpha = 17^\circ$ |
| e) $a = 21\text{mm}, c = 29\text{mm}$ | f) $b = 6,4\text{cm}, \alpha = 40^\circ 12'$ |
| g) $b = 7\text{mm}, c = 2,5\text{cm}$ | h) $a = 52\text{cm}, \beta = 33^\circ 20'$ |

2. Vypočtete délky zbývajících stran a velikosti úhlů v daném trojúhelníku. Trojúhelník nejprve načrtněte:

- a) V $\triangle ABC$ je dáno $b = 15\text{cm}, \beta = 60^\circ, \gamma = 72^\circ$
- b) V $\triangle ABC$ je dáno $|BC| = 50\text{mm}, |\sphericalangle ABC| = 82^\circ, |\sphericalangle CAB| = 55^\circ$
- c) V $\triangle DEF$ je dáno $|DE| = 10\text{cm}, |\sphericalangle FDE| = 40^\circ, |\sphericalangle DEF| = 25^\circ$
- d) V $\triangle DEF$ je dáno $|EF| = 4,8\text{m}, |\sphericalangle DEF| = 36^\circ 48', |\sphericalangle EFD| = 47,2^\circ$
- e) V $\triangle OPQ$ je dáno $|PQ| = 4\text{m}, |\sphericalangle PQO| = 26^\circ, |\sphericalangle OPQ| = 64^\circ$
- f) V $\triangle MGH$ je dáno $|MH| = 24\text{mm}, |GH| = 2\text{cm}, |\sphericalangle MGH| = 142^\circ$

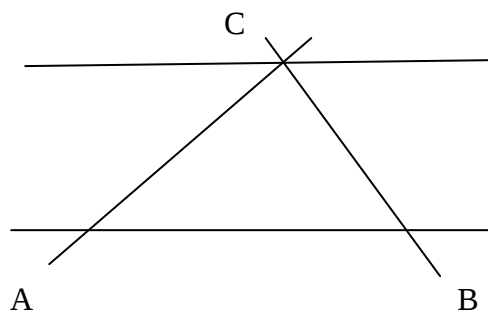
3. Vypočtete délky zbývajících stran a velikosti úhlů v daném trojúhelníku. Trojúhelník nejprve načrtněte:

- a) V $\triangle ABC$ je dáno $b = 60\text{mm}, c = 15\text{cm}, \alpha = 40^\circ$
- b) V $\triangle ABC$ je dáno $a = 4,2\text{m}, b = 68\text{dm}, \gamma = 75^\circ 10'$
- c) V $\triangle BCM$ je dáno $|MB| = 6\text{m}, |CM| = 8\text{m}, |\sphericalangle CMB| = 120^\circ$
- d) V $\triangle BCM$ je dáno $|BC| = 72\text{mm}, |CM| = 25\text{mm}, |\sphericalangle BCM| = 148^\circ 18'$
- e) V $\triangle LMN$ je dáno $|LM| = 1\text{m}, |MN| = 90\text{cm}, |NL| = 0,8\text{m}$
- f) V $\triangle KLM$ je dáno $|KL| = 4\text{cm}, |LM| = 7\text{cm}, |MK| = 12\text{cm}$

4. Rozhledna je vidět ze vzdálenosti 100 m od její paty pod úhlem 17° . Vypočtete výšku rozhledny.

5. Vypočtete jaká je vzdušná vzdálenost míst A a B, mezi kterými není přímá viditelnost. Z místa K je vzdálenost k bodu A 50 m, k bodu B 60 m a úhel AKB má 54° .

6. Vypočtete šířku řeky, na jejímž jednom břehu byla změřena vzdálenost bodů A, B, která je 50 m. Z koncových bodů úsečky AB je vidět bod C na druhém břehu pod úhlem $\alpha = 32^\circ$ a $\beta = 42^\circ$.

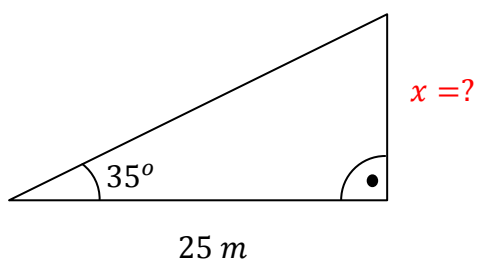


7. Z věže 15 m vysoké a vzdálené 30 m od břehu řeky se šířka řeky jeví v úhlu 15° . Jak široká je řeka v tomto místě?

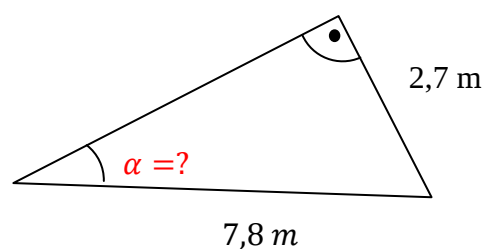
Příklady k domácí přípravě

Vypočtete neznámé parametry v zadaných trojúhelnících:

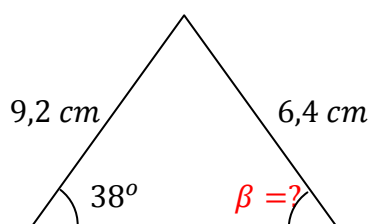
1.



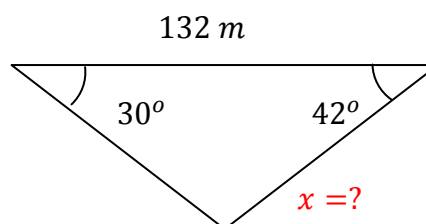
2.



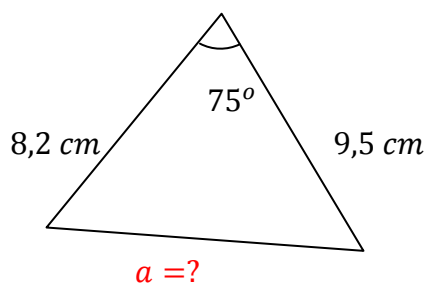
3.



4.



5.



6.

