

Stereometrie

Prostor se skládá z bodů, přímek a rovin.

Bod A leží v rovině, pokud leží na přímce, která náleží rovině.

Přímka leží v rovině, pokud v ní leží dva její body.

Každými dvěma body A, B je určena jedna přímka p , $p = \overleftrightarrow{AB}$

Každými třemi body A, B, C neležícími na přímce je určena jedna rovina ρ $\rho = \overleftrightarrow{ABC}$

Vzájemná poloha přímek p, q v prostoru:

1. **rovnoběžné různé** $p \parallel q$ leží v jedné rovině a nemají společný bod
2. **rovnoběžné totožné** $p = q$ leží v jedné rovině, mají všechny body spol.
3. **různoběžné** leží v jedné rovině a mají jeden společný bod – průsečík P
4. **mimoběžné** neleží v jedné rovině a nemají žádná společný bod

Vzájemná poloha přímky p a roviny ρ :

1. p je **různoběžná** s ρ mají společný právě jeden bod – průsečík P
2. p je **rovnoběžná** s ρ nemají žádný společný bod
3. p **leží v** ρ všechny body přímky jsou body roviny

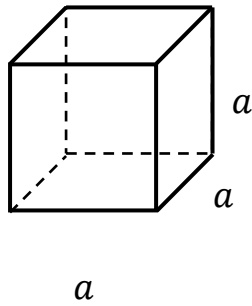
Vzájemná poloha dvou rovin ρ a σ :

Mají-li dvě roviny společný bod, mají společnou přímku.

1. ρ je **rovnoběžná** se σ , **různá** roviny nemají žádný společný bod
2. ρ je **rovnoběžná** se σ , **totožná** všechny body rovin jsou společné
3. ρ je **různoběžná** se σ roviny mají společnou přímku – **průsečnici** p

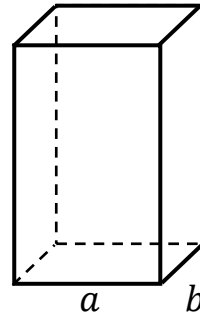
Objem a povrch základních těles:

Krychle



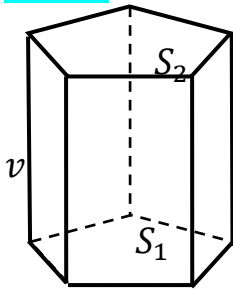
$$V = a^3$$
$$S = 6 \cdot a^2$$

Kvádr



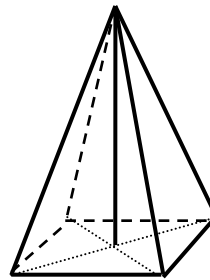
$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$S = 2(ab + bc + ac)$$

Hranol



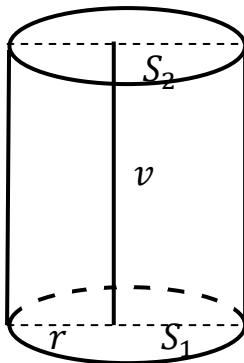
$$V = S_p \cdot v$$
$$S = 2S_p + S_{pl}$$

Jehlan



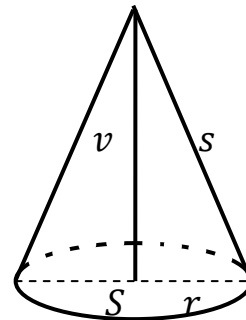
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v$$
$$S = S_p + S_{pl}$$

Válec



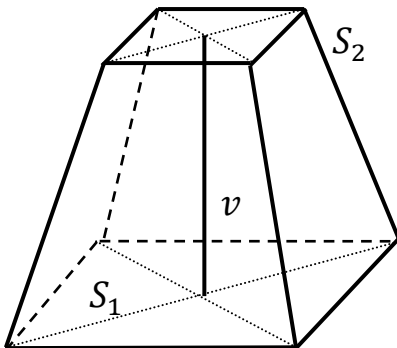
$$V = \pi r^2 v$$
$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$$

Kužel



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$
$$S = \pi r^2 + \pi r s$$

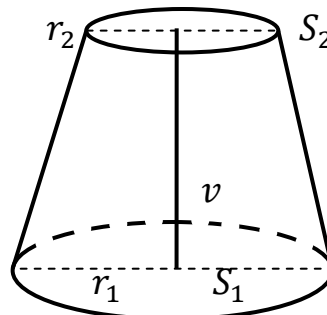
Komolý jehlan



$$V = \frac{v}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$$

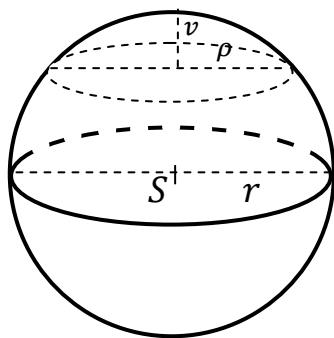
Komolý kužel



$$V = \frac{\pi v}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) s$$

Koule



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Kulová úseč

$$V = \frac{\pi v}{6}(3\rho^2 + v^2)$$

$$S = \pi\rho^2 + 2\pi r v$$

Příklady k procvičení:

1. Vypočítejte povrch, objem, stěnovou a tělesovou úhlopříčku krychle o hraně délky 5 cm.
2. Jaký je povrch krychle v m^2 , je-li její objem: a) $8 m^3$ b) $1,25 hl$
3. Jaký je objem krychle v m^3 , je-li její povrch: a) $384 dm^2$ b) $29\,400 cm^2$
4. Vypočítejte povrch a objem krychle, jejíž: a) stěnová úhlopříčka je 4 dm
b) tělesová úhlopříčka je 6 cm
5. Vypočítejte objem pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavou délky 3 cm a tělesovou úhlopříčkou délky 10 cm.
6. Vypočítejte povrch válce s průměrem podstavy 12 cm a výškou 10 cm.
7. Zjistěte obsah pláště pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou hranou 5 m a tělesovou výškou 8 m.
8. Rotační kužel má poloměr podstavy 30 cm a délku strany 1 m. Vypočítejte objem kužele.
9. Nádrž vodojemu má tvar koule o poloměru 6 m. Vypočítejte objem vodojemu a velikost jeho povrchu.

10. Kbelík tvaru komolého kužele má průměr dolní podstavy 24 cm, horní podstavy 28 cm a výšku 30 cm. Vypočtete objem této nádoby.
11. Vypočtete objem a povrch pravidelného pětibokého hranolu o podstavné hraně délky 6,6 cm a výšce 8,8 cm.
12. Vypočtete objem a povrch pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu o podstavných hranách $a = 16 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ a tělesové výšce $v_t = 15 \text{ cm}$.
13. Povrch koule je 100 cm^2 . Určete její objem.
14. Vypočtete plochu souše, pokud tvoří jednu třetinu povrchu naší planety a považujeme-li Zemi za kouli o poloměru 6378 km.
15. Z koule o poloměru 8 cm je oddělena úseč, jejíž výška je $1/3$ průměru koule. Určete povrch úseče.
16. Kulová úseč výšky 5 m má objem 850 m^3 . Určete poloměr koule, jejíž je úseč částí.
17. Jakou hmotnost má činka složená ze dvou koulí o průměru 10 cm a příčky tvaru válce o poloměru 1,2 cm a délce 25 cm? Hustota materiálu je 780 kg/m^3 .
18. Jaký objem má plynová tlaková lahev tvořená válcem o poloměru 20 cm a polokoulí, pokud je celková výška lahve 70 cm? Vyjádřete v litrech.
19. Do krychle s délkou hrany 24 cm je vepsána koule. Kolik procent objemu krychle je zaplněn koulí?
20. Střecha rotundy má tvar vrchlíku. Poloměr kulové plochy, které je částí, je 10 m a její výška činí 4 m. Vypočtete poloměr zastřešené rotundy a obsah její střechy.

Příklady k domácí přípravě

1. Vypočtete povrch pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou délky 5 cm a tělesovou úhlopříčkou délky 12 cm.
2. Vypočtete objem kužele s průměrem podstavy 9 cm a stranou délky 7,5 cm.
3. Objem válce s podstavou o poloměru 3cm je 430 cm^3 . Vypočtete výšku válce a plochu jeho pláště.
4. Vypočtete obsah podstavy pravidelného čtyřbokého jehlanu s pobočnou hranou délky 30 cm a tělesovou výškou 24 cm.