

Posloupnosti

Posloupností nazýváme funkci, která každému $n \in N$ přiřadí hodnotu $a_n \in R$.

Posloupnost zadáváme: 1. Vzorcem pro n -tý člen – př. $a_n = 2n$ nebo $(2n)_{n=1}^{\infty}$

2. Rekurentním vztahem – př. $a_{n+1} = a_n + 2, a_1 = 2$

(výsledkem příkladů je : 2, 4, 6, 8, 10,.....

Posloupnost je funkce, může mít tedy vlastnosti funkcí jako „rostoucí, klesající, konstantní Grafickým znázorněním posloupností jsou izolované body.

Příklady :

1. Určete prvních 5 členů posloupností daných vzorci:

a) $a_n = 3 + n$ b) $a_n = (-n^3)$ c) $a_n = \frac{n+4}{2n-1}$ d) $a_n = 2^{n-1}$

2. U daných posloupností určete hledané členy:

a) $(3n - 2)$ $a_5 =$ $a_{10} =$

b) $\left(\frac{n}{n-1}\right)$ $a_4 =$ $a_9 =$

c) $(10 - n^2)$ $a_3 =$ $a_5 =$

d) (2^{n+1}) $a_1 =$ $a_4 =$

3. Určete vztah pro n -tý člen posloupnosti:

a) 1, 2, 3, 4, 5 b) 2, 4, 6, 8, 10

c) 1, 3, 5, 7, 9 d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

e) 1, 0, -1, -2, -3, f) 1, 4, 9, 16, 25,

4. Vypočítejte prvních 5 členů posloupnosti zadané rekurentně:

a) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - 1$

b) $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n - 2$

c) $a_1 = 44, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2n$

d) $a_1 = -2, a_{n+1} = 2a_n + 1$

e) $a_1 = 2, a_2 = -1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

5. Určete vztah pro n-tý člen posloupnosti zadané rekurentně:

a) $a_1 = -3, a_{n+1} = a_n$

b) $a_1 = 5, a_{n+1} = -a_n$

c) $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n$

d) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - 2$

6. Určete, které z posloupností jsou rostoucí či klesající:

a) $\left(\frac{n+6}{n}\right)$

b) $\left(\frac{-8}{5n}\right)$

c) $\left(\frac{2n}{n+3}\right)$

d) $\left(\frac{n+4}{5+n}\right)$

e) $\left(\frac{6+n}{4n-3}\right)$

f) $\left(\frac{3n-2}{n+5}\right)$

Aritmetická posloupnost

Posloupnost (a_n) se nazývá aritmetická, pokud se její členy dají vyjádřit rekurentním vztahem $a_{n+1} = a_n + d$ kde $d \in R$ se nazývá diference.

Pro algebraickou posloupnost dále platí:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

pro dva členy kde $r, s \in N$

$$a_r = a_s + (r - s) \cdot d$$

pro součet prvních n členů

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

7. Určete prvních pět členů aritmetické posloupnosti:

a) $a_1 = 3$, $d = 2$

b) $a_1 = 5$, $d = -3$

c) $a_1 = 2,4$, $d = 0,8$

d) $a_1 = \frac{3}{4}$, $d = -\frac{1}{2}$

e) $a_1 = -7$, $d = 5$

f) $a_1 = 4$, $d = -1,5$

8. Určete prvních pět členů aritmetické posloupnosti je-li dáno:

a) $a_1 = 2$, $a_2 = 7$

b) $a_3 = -0,2$, $a_4 = 0,5$

c) $a_2 = 6$, $a_4 = -2$

d) $a_1 = -3$, $a_5 = 5$

9. V aritmetické posloupnosti určete hledané členy:

a) $a_1 = 1$, $d = 3$ $a_5 =$ $a_8 =$

b) $a_1 = -5$, $d = -2$ $a_7 =$ $a_{33} =$

c) $a_1 = 20$, $d = -5$ $a_4 =$ $a_9 =$

d) $a_1 = 0,5$, $d = 0,3$ $a_6 =$ $a_{15} =$

10. V aritmetické posloupnosti určete a_1 a diferenci d .

a) $a_2 = 5$ $a_5 = 14$

b) $a_7 = 21$ $a_{13} = 15$

c) $a_{11} = 9$ $a_{19} = 33$

d) $a_9 = 6$ $a_{16} = -8$

11. V aritmetické posloupnosti je dáno:

a) $a_1 = 6$, $a_{15} = 27$, $s_{25} =$

b) $a_1 = 4$, $a_{21} = 14$, $s_{35} =$

c) $a_1 = 2$, $a_{16} = 12$, $s_{70} =$

d) $a_1 = -3$, $a_{40} = 36$, $s_{100} =$

12. V aritmetické posloupnosti je dáno:

a) $a_8 = 10$, $a_{21} = 23$, $s_{100} =$

b) $a_9 = 18$, $a_{21} = 42$, $s_{200} =$

c) $a_4 = 7$, $a_{12} = 23$, $s_{50} =$

d) $a_{10} = -65$, $a_{20} = -135$, $s_{30} =$

13. Určete první člen, diferenci a součet prvních 10 členů aritmetické posloupnosti ve které platí:

a) $a_1 + a_6 = 16$, $a_3 + a_4 = 19$

b) $a_1 + a_4 = 26$, $a_2 + a_5 = 30$

14. Určete součet všech sudých přirozených čísel menších než 150.

15. Určete součet všech lichých přirozených čísel menších než 100.

16. Plechovky jsou vyskládány do řad na sebe tak, že na vrcholu je jedna plechovka, pod ní dvě a v každé další řadě vždy o jednu více. Spodní řada je tvořena 15 plechovkami. Kolik plechovek je v celé hromadě?

Příklady k domácí přípravě

- Vypište prvních 5 členů aritmetické posloupnosti o které víte:
 - $a_1 = 27$, $d = -8$
 - $a_1 = 4$, $a_3 = 16$
 - $a_2 = -7$, $a_4 = 1$
- Zapište a_1 a určete diferenci d aritmetické posloupnosti s členy
 - $a_3 = 12$, $a_5 = 6$
 - $a_5 = 3$, $a_8 = 18$
- Vypočtete člen a_{10} aritmetické posloupnosti o které víte:
 - $a_1 = 3$, $d = -2$
 - $a_1 = 10$, $a_3 = 26$
 - $a_3 = 7$, $a_6 = 19$
- Vypočtete součet prvních 20 členů aritmetické posloupnosti:
 - $a_1 = 30$, $d = -4$
 - $a_3 = 8$, $a_8 = 18$

Geometrická posloupnost

Posloupnost (a_n) se nazývá geometrická, pokud se její členy dají vyjádřit rekurentním vztahem $a_{n+1} = a_n \cdot q$ kde $q \in \mathbb{R} - \{0\}$ se nazývá kvocient.

Pro geometrickou posloupnost dále platí:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

pro dva členy kde $r, s \in \mathbb{N}$

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}$$

pro součet prvních n členů

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$