

Poměry a úměrnosti

Poměr dvou čísel je matematický zápis $a : b$, ve kterém a, b jsou nezáporná, nejčastěji přirozená čísla, symbol : čteme *ku*

S poměrem lze pracovat jako se zlomkem $a : b = \frac{a}{b}$, lze jej rozšiřovat, krátit, porovnávat, násobit ...

Zvětšit číslo x v daném poměru, znamená násobit je zlomkem $\frac{a}{b}$, kde $\frac{a}{b} > 1$

Zmenšit číslo x v daném poměru, znamená násobit je zlomkem $\frac{a}{b}$, kde $\frac{a}{b} < 1$

Rozdělit číslo x v poměru $a : b$, znamená rozdělit x na $a+b$ dílů, ze kterých a tvoří první část, b druhou

při zápisu poměrů záleží na pořadí – obdobně lze zapsat poměr většího počtu členů – postupný poměr

Úměra je vztah mezi číselnými veličinami, který lze vyjádřit pomocí rovnosti dvou poměrů $a : b = c : d$

Přímá úměrnost je závislost mezi dvěma číselnými veličinami x, y , kdy při zvýšení jedné se ve stejném poměru zvýší i druhá – lze ji zapsat vztahem

$$y = k \cdot x \text{ nebo } \frac{y}{x} = k, \text{ } k \text{ je reálné nenulové číslo}$$

Nepřímá úměrnost je závislost mezi dvěma číselnými veličinami x, y , kdy při zvýšení jedné se ve stejném poměru sníží i druhá – lze ji zapsat vztahem

$$x \cdot y = k \text{ nebo } y = \frac{k}{x}, \text{ } k \text{ je reálné nenulové číslo}$$

Při výpočtech úloh na úměrnosti lze použít **úsudek** nebo **trojčlenka**. Jde o rovnici, ve které ze tří známých hodnot vypočteme čtvrtou, neznámou. Jde pak jen o její správné sestavení a vyřešení.

1. Uveďte příklad:

- a) Poměru, který není v základním tvaru a ve kterém je první člen čtyřikrát větší než druhý člen:
- b) Poměru, jehož první člen je dvojciferné číslo a druhý člen je složené číslo menší než 10:
- c) Poměru dvou čísel, která jsou dělitelná sedmi
- d) Úměry, jejíž členy jsou dvě jednociferná a dvě dvojciferná čísla

2. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- a) Poměry můžeme krátit a rozšiřovat stejně jako zlomky
- b) Z rovnosti dvou poměrů $a : b = c : d$ vyplývá, že $a = c$ a $b = d$
- c) Jestliže je první člen poměru třikrát větší, než druhý člen, pak je druhý člen třikrát menší než první člen
- d) Poměr v základním tvaru má vždy hodnotu 1

3. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- a) Poměry $10 : 2$, $40 : 8$, a $36 : 4$ jsou si rovny
- b) Poměr $17 : 35$ je v základním tvaru
- c) Zápis $5 : 8 = 15 : 32$ je zápisem úměry
- d) Poměr $16 : 80$ vyjadřuje, že první člen je pětkrát menší než druhý

4. Vyberte poměry, které jsou v základním tvaru

a) $36 : 27$

b) $51 : 72$

c) $101 : 102$

d) $25 : 64$

5. Z poměrů $4:18$, $3:1$, $1:2$, $2:9$, $1:4$, $32:64$, $2:8$, $90:30$ vyberte dvojice poměrů, které jsou si rovny.

a)

b)

c)

d)

6. Převed'te zadané poměry na základní tvar.

a) $108 : 144 =$

b) $55 : 77 =$

c) $30 : 240 =$

d) $1800 : 1250 =$

7. Převed'te zadané poměry na základní tvar.

a) $2,5 : 0,25 =$

b) $1,8 : 12,6 =$

c) $0,42 : 0,56 =$

d) $2,6 : 0,48 =$

8. Převed'te zadané poměry na základní tvar.

a) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5} =$

b) $2\frac{3}{4} : \frac{22}{8} =$

c) $\frac{5}{8} : \frac{15}{16} =$

d) $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

9. Zjistěte, zda se dané poměry rovnají

a) $40 : 55$ a $25 : 36$

b) $14 : 28$ a $28 : 56$

c) $3,4 : 8,5$ a $2,6 : 6,5$

d) $25 : 49$ a $5 : 7$

10. Najděte neznámé číslo x tak, aby platily následující rovnosti poměrů

a) $3 : 4 = x : 64$

b) $80 : 25 = x : 5$

c) $20 : 3 = 5 : x$

d) $80 : 256 = x : 100$

11. Napište poměr následujících hodnot, uveďte, uveďte ho v základním tvaru.

a) $0,6\text{ kg}$ a 350 g

b) $2,8\text{ l}$ a $0,48\text{ hl}$

c) $32\text{ min } 16\text{ s}$ a $1\text{ h } 6\text{ min}$

d) $4,4\text{ cm}$ a $12,8\text{ mm}$

12. Rozdělte celky v daném poměru.

a) 24 000 Kč v poměru 1 : 5

b) 280 m v poměru 3 : 4

c) 16 hl v poměru 5 : 3

d) 0,25 t v poměru 12 : 13

13. Z poměrů

5 : 2; 14 : 46; 2 : 8; 0,2 : 1,8; 165 : 66; 0,8 : 3,2; 45 : 18; 3 : 17

Sestavte úměru. Najděte čtyři různá řešení.

14. Jirka se zajímá o modely letadel. Zrovna má na obrázku model letadla. Který potřebuje překreslit v měřítku 1 : 20 pomozte mu vypočítat, jaké rozměry bude mít letadlo na výkresu.

A = 460 cm

B = 275 cm

C = 30 cm

D = 185 cm

E = 390 cm

F = 935 cm

G = 50 cm

H = 90 cm

I = 415 cm

J = 430 cm

15. Určete poměr:

- a) délky strany čtverce a jeho obvodu
- b) délky strany rovnostranného trojúhelníku a jeho obvodu
- c) velikosti poloměru a průměru kružnice
- d) obvodu pravidelného šestiúhelníku a délky jeho strany

16. Vodou ředitelný čisticí prostředek se ředí v poměru 1 : 200. Kolik mililitrů tohoto prostředku je potřeba přidat do 8 litrů vody? Pro snadnější dávkování se k odměřování používá uzávěr láhve, který má objem 20 ml. Kolik uzávěrů prostředku přidáte do vody?

17. Víme, že trojúhelník, který má délky stran v poměru 3 : 4 : 5, je pravoúhlý. Zjistěte, zda je pravoúhlý trojúhelník, který má délky stran 12 cm, 9,6 cm a 7,2 cm.

18. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, když víte, že jsou v poměru
 $4,5 : 5,5 : 8$

19. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, když víte, že první a druhý úhel
jsou v poměru $1 : 2$ a druhý a třetí úhel jsou v poměru $1 : 1,5$

1. Uveďte příklad:

- a) veličin, které jsou přímo úměrné
- b) veličin, které jsou nepřímo úměrné
- c) veličin, které nejsou ani přímo, ani nepřímo úměrné
- d) příklad z praxe, kde je cena přímo úměrná množství

2. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- a) Průměrná rychlost auta je nepřímo úměrná času při ujetí stejné dráhy
- b) Objem krychle je přímo úměrný délce její hrany
- c) Dráha, kterou ujede auto při stálé rychlosti je přímo úměrná času
- d) Obsah čtverce je přímo úměrný délce jeho strany

3. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- a) Kolikrát se zvětší délka nejdelší strany v trojúhelníku, tolikrát se zvětší obvod trojúhelníku
- b) Kolikrát se zvětší délka každé strany pravidelného pětiúhelníku, tolikrát se zvětší jeho obvod
- c) Kolikrát se zvětší průměrná rychlost motorky, tolikrát se zvětší vzdálenost, kterou ujede za 1 hodinu
- d) Kolikrát se zvětší průměrná rychlost motorky, tolikrát se zmenší čas potřebný k ujetí vzdálenosti 100 km

4. Doplňte vhodně slova: **zvětší, zmenší**

- a) Kolikrát se zvětší poloměr kružnice, tolikrát se _____ průměr této kružnice.
- b) Kolikrát se zvětší délka každé strany rovnostranného trojúhelníku, tolikrát se _____ jeho obvod.
- c) Kolikrát se zvětší hmotnost jablek v bedně, tolikrát se _____ její cena, při čemž předpokládáme, že cena je za kg stejná.
- d) Kolikrát se zvětší délka jedné strany obdélníku o obsahu 40 cm^2 , tolikrát se _____ délka jeho druhé strany, přičemž se obsah nezmění.

5. Doplňte správné hodnoty a určete, ve kterých případech se jedná o zvětšení a ve kterých o zmenšení v daném poměru.

- a) Je-li měřítko mapy 1: 50 000, tak to znamená, že 1 cm na mapě odpovídá $50\,000 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}}$ m ve skutečnosti.
- b) Je-li měřítko mapy 1: 2 000 000, tak to znamená, že 1 cm na mapě odpovídá _____ cm = _____ km ve skutečnosti.
- c) Je-li měřítko na plánu 4 : 1, tak to znamená, že 4 cm na plánu odpovídají _____ cm ve skutečnosti.
- d) Je-li měřítko modelu 1 : 200, tak to znamená, že 1 cm na modelu odpovídá _____ cm = _____ m ve skutečnosti.

6. Automobil má spotřebu 7,5 l benzínu na 100 km. Jak dlouhou cestu může ujet, má-li v nádrži 31,5 l benzínu?
7. Do nákladního auta, které dováží zboží do obchodu, se naloží 440 beden o hmotnosti 15 kg. Více nelze naložit kvůli nosnosti auta. Kolik beden bude možné naložit, bude-li hmotnost jedné bedny 40 kg? Omezením pro náklad je pouze nosnost automobilu, která nesmí být překročena.
8. Napouštíme-li bazén na zahradě potrubím rychlostí 6 hl za minutu, naplní se za 3,5 hodiny. Za jak dlouho se bazén naplní, když použijeme potrubí, kterým přiteče 8 hl za minutu?

9. Když maminka připravuje slavnostní oběd, ví, že na 4 porce bude potřebovat 450g masa. Kolik kg masa musí maminka koupit, když pozvala na oběd ještě další dva hosty?
10. Vydláždění chodníků ve dvou ulicích ve městě potrvá stavební firmě 8 pracovních dní, jestliže bude pracovat všech 6 dlaždičů. Zakázku ale můžou plnit jen 4 dlaždiči, protože zbylí dva byli odvoláni k jiné zakázce. Kolik pracovních dní bude trvat vydláždění chodníků skupině zbylých 4 dlaždičů?
11. Jak vysoká je rozhledna, jestliže vrhá stín dlouhý 9,6 m přesně ve stejném okamžiku, kdy půlmetrová tyč vrhá stín dlouhý 30 cm?

12. Na obložení stěny je potřeba 600 obkladaček o rozměru 10 cm x 10 cm. Kolik obkladaček bude potřeba na obložení stejné stěny, jestliže se použijí obkladačky o rozměrech 15 cm x 10 cm? Rozměry stěny jsou takové, že není třeba obkladačky řezat.
13. Ve výrobně sušeného ovoce zpracovali 350 kg čerstvých meruněk a získali z nich 55 kg sušených meruněk. Kolik kg sušených meruněk získají, když zpracují 0,8 t čerstvého ovoce?
14. Potřebujeme nakreslit plán chalupy i se stodolou. Plán se na papír nejlépe vejde, když 15 metrovou zeď nakreslíme jako úsečku délky 12 cm. Abychom mohli dobře zakreslit všechny důležité části chalupy, potřebujeme zjistit, v jakém měřítku máme kreslit. Jaké bude měřítko plánu?

15. Kartograf začíná kreslit novou mapu ČR. Jaké zvolí měřítko mapy, když potřebuje, aby vzdálenost mezi Brnem a Jihlavou, která je ve skutečnosti 80 km, byla na mapě 16 cm?
16. Jaká je skutečná vzdálenost mezi dvěma místy, jestliže na turistické mapě s měřítkem 1 : 50 000 je jejich vzdálenost 16,5 cm?
17. Jaká bude vzdálenost mezi dvěma místy na plánu města Brna, který má měřítko 1 : 20 000, a je-li vzdálenost těchto míst ve skutečnosti 520 m?