

## Vzájemná poloha dvou přímek v rovině

K vyšetření vzájemné polohy dvou přímek v rovině je třeba řešit soustavu dvou rovnic, kterými jsou přímky vyjádřeny, nebo vzájemný vztah směrových vektorů obou přímek.

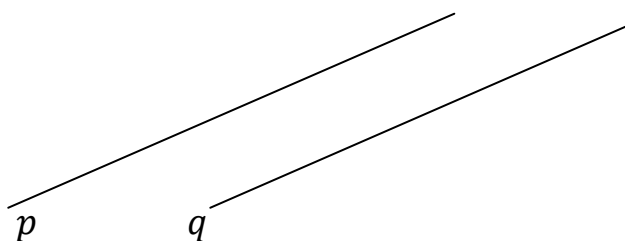
Pokud jsou zadány přímky  $p, q$  a jejich směrové vektory  $\vec{u}, \vec{v}$

$$p: a_1x + b_1y + c_1$$

$$q: a_2x + b_2y + c_2 \quad \text{Výsledkem je vždy jedna z možností:}$$

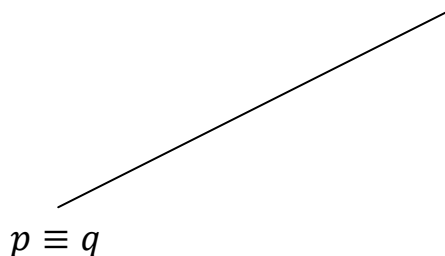
### 1. Rovnoběžné a různé přímky

Soustava nemá řešení (žádný společný bod), směrové vektory jsou rovnoběžné.



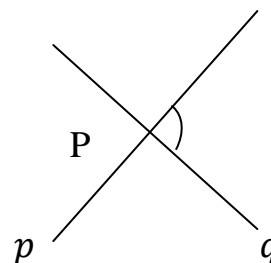
### 2. Rovnoběžné splývající přímky

Soustava má nekonečně mnoho řešení, směrové vektory jsou rovnoběžné.



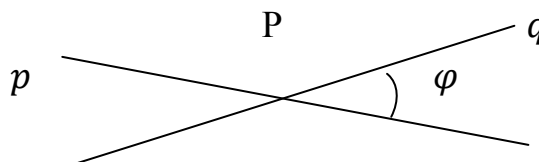
### 3. Kolmé přímky

Soustava má jedno řešení a směrové vektory jsou kolmé. Řešením soustavy jsou souřadnice průsečíku.



### 4. Různoběžné přímky

Soustava má jedno řešení – průsečík, vektory svírají úhel  $\varphi$  který je odchylkou těchto přímek.



Příklady k procvičení:

1. Určete vzájemnou polohu přímek

a)  $p: 4x - 10y + 3 = 0$

$q: -2x + 5y - 2 = 0$

b)  $p: 2x - 4y + 6 = 0$

$q: -3x + 6y - 9 = 0$

c)  $p: 3x + 2y - 7 = 0$

$q: 2x - 3y + 4 = 0$

d)  $p: 2x + y - 5 = 0$

$q: 3x - y + 4 = 0$

2. Zjistěte, které dvojice přímek jsou rovnoběžné:

$p: x = 3 - 4t$

$y = 4 + 3t$

$q: x = 3 - 3t$

$y = 4 + 3t$

$r: x = 1 + 8t$

$y = 5 - 6t$

3. Zjistěte, které dvojice přímek jsou navzájem kolmé:

$p: x = 2 + 5t$

$y = -1 + 3t$

$q: x = 2 - 3t$

$y = 4 + 5t$

$r: x = 7 + 3t$

$y = -5 + 5t$

4. Zjistěte, zda jsou následující přímky rovnoběžné nebo k sobě kolmé

a)  $p: 3x - 7y + 5 = 0$

$q: 6x - 14y + 2 = 0$

$r: 7x + 3y - 1 = 0$

b)  $p: 2x + 4y - 1 = 0$

$q: x - 2y + 3 = 0$

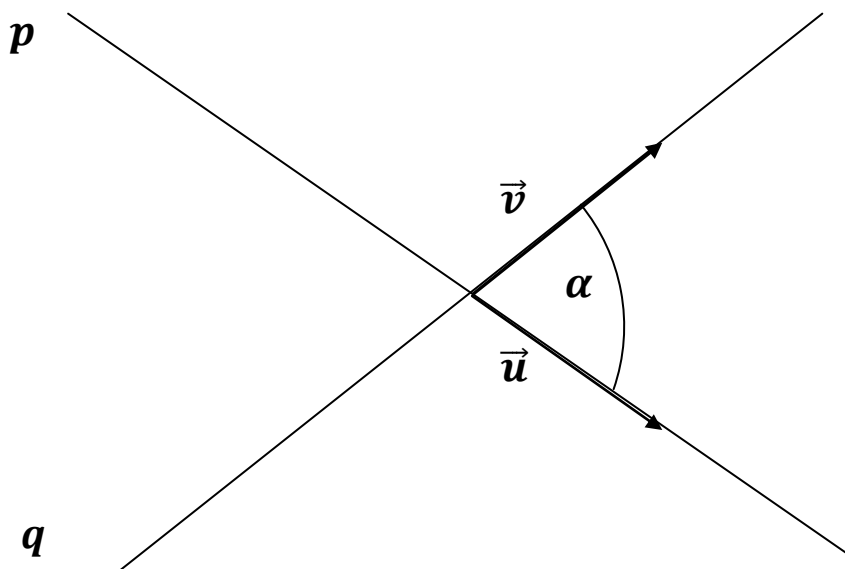
$r: 2x + y - 7 = 0$

## Odchylka dvou přímek

Jsou-li  $p$  přímka se směrovým vektorem  $\vec{u}$  a  $q$  přímka se směrovým vektorem  $\vec{v}$

Pak jejich vzájemnou odchylku  $\alpha$  určíme pomocí vztahu:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$



5. Vypočítejte odchylku a průsečík přímek:

a)  $r: x - 2y + 6 = 0$   
 $s: 3x - y - 2 = 0$

b)  $r: 2x + y + 2 = 0$   
 $s: 4x - 2y - 6 = 0$

c)  $r: 2x + 4y - 3 = 0$   
 $s: 2x - y + 5 = 0$

6. Určete obecné rovnice stran a velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku

ABC:  $A=[4; 1]$   $B=[0; -2]$   $C=[12; -7]$  (98, 60, 22)

### Příklady k procvičení vzájemné polohy přímek

V následujících příkladech vyšetřete vzájemnou polohu přímek, určete odchylku případně souřadnice průsečíku:

$$7. \quad p: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \end{cases} \quad q: y = 3x - 1$$

$$8. \quad p: 10x + 2y + 6 = 0 \quad q: y = -5x + 2$$

$$9. \quad p: x + 3y - 6 = 0 \quad q: -2x + y + 5 = 0$$

$$10. \quad p: 3x - 2y + 13 = 0 \quad q: x - 5y = 0$$

$$11. \quad p: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases} \quad q: y = 2x$$

Výsledky bez pořadí příkladů:

Různé rovnoběžky; kolmice s průsečíkem  $P = [1, 2]$  ;

$P = [0; -1] \alpha = 63^\circ$  ;  $P = [3, 1] \alpha = 82^\circ$  ;  $P = [5; 1] \alpha = 45^\circ$

