

Mocniny

Mocniny s přirozeným mocnitelem

Pro každé reálné číslo a a přirozené číslo n je definována mocnina a^n :

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \dots \dots \cdot a$$

kde v součinu je právě n činitelů. Číslo a je základ mocniny a číslo n mocnitel (exponent) dané mocniny.

Vlastnosti mocnin:

Pro každá reálná čísla a, b a přirozená čísla n, r, s platí

$$a^1 = a$$

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$a^r : a^s = a^{r-s} \quad a \neq 0, r > s$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} \quad b \neq 0$$

Pro hodnotu mocniny dále platí:

Je-li $a > 0$, pak mocnina $a^n > 0$

Je-li $a < 0$, pak mocnina $a^{2n} > 0$ (sudá mocnina záporného čísla je kladná)

Je-li $a < 0$, pak mocnina $a^{2n-1} < 0$ (lichá mocnina záporného čísla je lichá)

1. Z množiny čísel vyberte

$$\left\{ -2^5; \left(\frac{1}{0,1}\right)^3; \pi; (7-9)^5; (2^3-8)^4; \left(\frac{1}{2}\right)^5; 9^2; \left(\frac{1}{3}\right)^4; (-1)^7; 2,571^3 \right\}$$

a) největší číslo:

b) všechna záporná celá čísla:

c) všechna iracionální čísla:

d) všechna reálná čísla, která se navzájem rovnají:

2. Uveďte příklad:

a) Čísla, které je třetí mocninou prvočísla:

b) Čísla, které je druhou mocninou celého čísla:

c) Mocniny s lichým základem a lichým exponentem:

d) Záporného čísla, které je mocninou celého záporného čísla:

3. Vypočítejte zpaměti následující úlohy:

a) $-3^2 =$

b) $(-2)^4 =$

c) $(-1)^{11} =$

d) $(-3)^3 =$

e) $2^3 =$

f) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 =$

g) $-\left(\frac{3}{2}\right)^3 =$

h) $\frac{5^2}{7^2} =$

4. Najděte chybné zápisy a opravte je

a) $-2^3 > -2^4$

b) $3^3 > 5^2$

c) $(-1)^7 > (-1)^6$

d) $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 < \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

5. Rozhodněte, zda jsou následující rovnosti pravdivé.

a) $(-5)^2 = -5^2$

b) $(1 - 3)^2 = 3^2 - 1^2$

c) $-3^4 + (-3)^4 = 0$

d) $-1^1 = -1^2 = -1^3$

e) $(-5)^3 = -5^3$

f) $(-1)^2 = (-1)^3$

g) $(6 - 4)^2 = (4 - 6)^2$

h) $-(-1)^3 - 1 = -((-1)^3 - 1)$

6. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá.
- a) Mocnina čísla -1 může nabývat pouze dvou hodnot
 - b) Libovolná mocnina prvočísla je prvočíslo
 - c) Záporné číslo umocněné na sudý exponent je záporné
 - d) Mocnina s nenulovým základem a se sudým exponentem je vždy kladné číslo.

7. Bez počítání rozhodněte, zda je mocnina číslo kladné, nebo záporné.

- a) $(299)^1$
- b) $\left(-\frac{13}{9}\right)^8$
- c) $(-7 + 4)^5$
- d) $(-3 \cdot 2)^{10}$

8. Doplňte do tabulky chybějící údaje

Číslo x	Mocnina čísla x			
	x^1	x^2	x^3	x^4
3				
$\frac{2}{5}$				
			1	
		0,01		
			-1	
			-8	

9. Zapište jako mocninu a vypočítejte.

a) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

b) $-\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} =$

c) $(-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1) =$

d) $-\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) =$

10. Porovnejte následující čísla.

a) $-2,5^2$ $-2,5^3$

b) $0,4^3$ $0,3^4$

c) $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ $\frac{3^2}{2^3}$

d) $-\left(-\frac{9}{10}\right)^3$ $-\frac{9^2}{10^2}$

11. Porovnejte čísla a seřadte je vzestupně.

a) $(-1)^3$; -1^7 ; $(-1)^{14}$; $1,1^1$; 1^{23}

b) $1,1^3$; $-1,2^2$; $(-1,3)^3$; $1,4^2$; $(-1,5)^2$

c) $\frac{2^3}{7^1}$; $\frac{7^3}{2^3}$; $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$; -7^2 ; $(-2)^2$

d) -10^3 ; $(\sqrt{100})^2$; $(99,\bar{9})^1$; $-\left(\frac{1}{100}\right)^3$; $(-2 \cdot 5)^2$

Počítání s mocninami

PS 132 – 135

1. Uveďte příklad:

- a) Číslo, které lze zapsat jako druhou mocninu součinu:
- b) Číslo, které lze zapsat jako podíl dvou druhých mocnin:
- c) Lichého čísla, které je součinem dvou druhých mocnin:
- d) Kladného čísla, které je mocninou záporného čísla:

2. Vypočítejte z paměti:

a) $(2 \cdot 5)^2 =$

b) $(4^3)^1 =$

c) $2^4 \cdot 2^2 =$

d) $\frac{6^5}{6^3} =$

e) $[(-2)^2]^2 =$

f) $2^6 \cdot 5^6 =$

3. Rozhodněte, zda jsou uvedené rovnosti správné

a) $[(-3)^2]^3 = (-3^3)^2$

b) $100^2 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5^4$

c) $\left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{(-6)^2}{(-7)^2} = \frac{6^2}{7^2}$

d) $-[(-1)^2 \cdot (-1)^3] = (-1)^5$

4. Vypočtete z paměti

a) $\frac{8^4}{4^4} =$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 2^2 =$

c) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

d) $-(-1)^3 \cdot (-5)^2 =$

e) $-3^2 \cdot 2^3 =$

f) $-\frac{1^2}{2^3} =$

5. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá

- a) Při násobení mocnin se stejným základem se jejich exponenty mohou sčítat.
- b) Mocnina se záporným základem je vždy záporné číslo
- c) Součin mocnin s lichými exponenty je vždy liché číslo
- d) Podíl mocnin se stejným exponentem je roven mocnině podílu s tímto exponentem

6. Upravte podle zadání:

- a) 16^{12} jako mocninu se základem 2
- b) 81^5 jako mocninu se základem 3
- c) $128 \cdot 16$ jako mocninu se základem 2
- d) 15^{20} jako součin mocnin se základem 3 a 5

7. Vyberte, čemu se rovná polovina z 10^4

a) 10^2

b) 5^4

c) $\sqrt{10^4}$

d) $5 \cdot 10^3$

8. Vyberte, čemu se rovná $4 \cdot 4^3$

a) 16^3

b) 4^4

c) 4^7

d) 8^3

9. Vyberte čemu se rovná třetina z $0,3^3$

a) $0,1^3$

b) $0,3^2$

c) 0,009

d) 0,3

10. Vyberte, čemu se rovná $16 \cdot 0,5^2$

a) 4^2

b) 8^2

c) 40

d) 4

11. Pomocí pravidel pro počítání s mocninami vypočítejte následující úlohy.

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3^2} =$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{4^3}{3^4} =$

c) $\frac{3^3}{2} : \left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

d) $\left(-\frac{5}{8}\right)^4 : \left(-\frac{5}{8}\right)^3 =$

12. Bez počítání rozhodněte, zda jsou uvedená čísla kladná, nebo záporná.

a) $(-4^3)^7$

b) $\left(-\frac{1}{99}\right)^6 \cdot \left(-\frac{1}{99}\right)^3$

c) $(7 - 2^3)^1$

d) $(-2)^{10} \cdot (-5)^{10}$

13. Pomocí pravidel a distributivnosti

a) $5^8 + 5^9 =$

b) $2^5 \cdot 2^3 + 2^4 =$

c) $4^3 + 2^6 =$

d) $3 \cdot 2^5 + 5 \cdot 2^5 =$

14. Vypočítejte následující úlohy.

a) $3 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4^2 =$

b) $-5 \cdot 2^2 - 4 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot 2^4 - 2 \cdot (-2)^5 =$

c) $-(-5)^2 + 10 \cdot 3^2 - 2 \cdot (-5)^2 - 15 \cdot (-1)^{22} =$

d) $(-3)^4 + (-3)^3 - 3 \cdot 3^1 - 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

15. Vypočítejte následující úlohy.

$$\text{a) } \frac{2^3 - 5 \cdot 7^1 + 48}{3 \cdot 2^3 - 3^4} =$$

$$\text{b) } \frac{23 - 3^2 \cdot 2^3}{7^2 - 7 \cdot 2^3} =$$

$$\text{c) } \frac{(-1)^{14} - (-1)^{13} - (-1)^{12}}{2 \cdot 5^2 - 7^2 + 11 \cdot 3^2} =$$

$$\text{d) } \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{2^3}{3} - 1}{-2^2 \cdot 5 - (-2)^3} =$$

16. Zjednodušte a vypočítejte následující úlohy.

a) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^7} =$

b) $\frac{-5^1 \cdot (-5)^3 \cdot 2^2}{(5^3 \cdot 2^2)^2} =$

c) $\frac{2^3 \cdot 2^5 \cdot (-2)^7}{(2^4)^2 \cdot 2^2 \cdot 5^1} =$

d) $\frac{(7^1 \cdot 3^3)^3 \cdot 1^6}{(-3)^4 \cdot (-7)^2 \cdot 3^2} =$

17. Zjednodušte a vypočítejte následující úlohy.

$$\text{a) } \frac{3 \cdot 81^3}{100} \cdot \frac{16 \cdot 25}{54 \cdot (3^3)^2} =$$

$$\text{b) } \left(\frac{27}{25}\right)^3 \cdot \frac{5^7 \cdot (9 \cdot 4)^2}{9^5 \cdot (3 \cdot 2^3)^3} =$$

$$\text{c) } \frac{(-2)^2 \cdot 2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^5 \cdot 27}{(-4)^3 \cdot (-3)^2 \cdot (-2)^5} =$$

$$\text{d) } \frac{15^5 \cdot 18^4 \cdot 9}{20^3 \cdot 28^2} \cdot \frac{63^2 \cdot 36^3}{27^6} =$$

Příklady k domácí přípravě

1. Vypočtěte bez kalkulačky:

$$5^3 =$$

$$(-6)^2 =$$

$$20^3 =$$

$$(-3)^3 =$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$$

$$0,9^2 =$$

$$(-0,4)^3 =$$

2. Vypočtěte s dodržением pravidel pořadí početních výkonů:

$$7^2 - 19 =$$

$$(-2)^3 + 3^2 =$$

$$-5 \cdot 4^2 =$$

$$2^2 \cdot 3 - 4 \cdot 3^3 =$$

$$(2^4 - 3^2) \cdot 5 =$$

$$5 \cdot (3^2 - 7)^2 + (-2)^3 =$$

3. Upravte pomocí pravidel pro počítání s mocninami a vypočtěte:

$$(-5) \cdot (-5)^2 =$$

$$2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^2 =$$

$$5^6 : 5^4 =$$

$$8^3 : 8^2 =$$

$$(4 \cdot 3)^2 =$$

$$(-2^3)^4 =$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 =$$

$$\left(\frac{10^4 \cdot 10^2}{10^3}\right)^2 =$$

$$\frac{2^2 \cdot 3^3}{2^3 \cdot 3^2} =$$