

Množiny

Množina je soubor objektů, o kterých můžeme rozhodnout, zda do množiny patří nebo ne. Tyto objekty nazýváme **prvky**.

Množiny označujeme velkými písmeny – např. A, B, N, R

Množinu lze určit a) výčtem prvků např. $A = \{a, b, c, d\}$

b) charakteristickou vlastností např. $B = \{x \in N; x < 4\}$

Zápis $b \in A$ čteme prvek b je prvkem množiny A, $f \notin A$ prvek f není prvkem množiny A

Množina, která nemá žádné prvky se nazývá prázdná a značí se $\emptyset$ nebo $\{ \}$

Množiny znázorňujeme pomocí Vennových diagramů.

Základní množinové operace:

Podmnožina $A \subset B$ Množina A je podmnožinou množiny B právě tehdy, když každý prvek množiny A je také prvkem množiny B.

Rovnost $A = B$ Množina A se rovná množině B pokud platí, že každý prvek je prvkem množiny A právě tehdy když je i prvkem množiny B.

Průnik $A \cap B$ Průnik množin A a B je množina tvořená prvky, které patří současně do obou množin A, B.

Sjednocení $A \cup B$ Sjednocení množin A a B je množina tvořená prvky, které patří alespoň do jedné z množin A, B.

Rozdíl $A - B$ Rozdílem množin A, B je množina, která obsahuje právě ty prvky množiny A, které nepatří množině B.

Doplňěk A' Doplněk množiny A v základní množině Z je množina všech prvků množiny Z, které nepatří do množiny A.

Příklady k procvičení – PS 154 – 159

1. Uved'te příklad:

- a) pětiprvkové množiny:
- b) nekonečné podmnožiny množiny přirozených čísel:
- c) množin, jejichž sjednocením je množina všech reálných čísel:
- d) množin, jejichž průnikem je dvouprvková množina:

2. Zapište výčtem prvků následující množiny.

- a) $A = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 4\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N}; x^2 < 12\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{Z}; |x + 1| = 6\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \leq 3\}$

3. Zapište následující množiny jejich charakteristickou vlastností.

- a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- b) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- c) $C = \{\dots - 10, -5, 0, 5, 10, \dots\}$
- d) $D = \{-4, 4\}$

4. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá.
- a) Doplnkem množiny všech záporných celých čísel v množině všech racionálních čísel je množina všech přirozených čísel.
 - b) Číslo $\sqrt{5}$ je prvkem množiny všech kladných reálných čísel menších než 5.
 - c) Číslo $2, \bar{9}$ není prvkem množiny všech iracionálních čísel.
 - d) Množina všech sudých přirozených čísel a množina všech záporných celých čísel jsou disjunktní.
5. Rozhodněte, zda jsou následující množiny konečné, nebo nekonečné. Všechny množiny запиšte charakteristickou vlastností, konečné množiny i výčtem prvků.
- a) A je množina všech celých čísel, jejichž absolutní hodnota je menší nebo rovna 4.
 - b) B je množina všech reálných čísel větších než -5 a menších nebo rovných 11.
 - c) C je množina lichých přirozených čísel menších než 30, která jsou násobky čísla 3.
 - d) D je množina všech celých čísel, jejichž druhá mocnina je menší než 50.
6. Rozhodněte, zda je $A \subset B$.
- a) A je množina všech prvočísel větších než 2.
 B je množina všech kladných lichých čísel.
 - b) $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{x \in \mathbb{N}; |x - 2| < 3\}$
 - c) A je množina všech krychlí. B je množina všech kvádrů.
 - d) $A = \{x \in \mathbb{N}; 10 \mid x\}, B = \{x \in \mathbb{N}; 5 \mid x\}$.

7. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.
- a) Prázdná množina je podmnožinou každé množiny.
 - b) Každá neprázdná množina má alespoň dvě různé podmnožiny.
 - c) Sjednocení tříprvkové a pětiprvkové množiny nemusí vždy obsahovat 8 prvků.
 - d) Průnik konečné a nekonečné množiny je vždy konečná množina.
8. Určete průnik a sjednocení daných množin ($A \cap B =$, $A \cup B =$)
- a) $A = \{-4, -3, -2, 0, 5, 6\}$ a $B = \{-3, -1, 0, 2, 4, 6\}$
 - b) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x \leq -3\}$ a $B = \{x \in \mathbb{Z}; x < 6\}$
 - c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \geq 0\}$ a $B = \{x \in \mathbb{Z}; |x - 3| \leq 3\}$
 - d) $A = \{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 5\}$ a $B = \{x \in \mathbb{R}; |x - 3| > 2\}$
9. Určete průnik a sjednocení daných množin ($A \cap B =$, $A \cup B =$)
- a) $A = \mathbb{N}$ a $B = \{x \in \mathbb{Z}; |x + 1| \leq 3\}$
 - b) $A = \mathbb{Z}_0^-$ a $B = \{x \in \mathbb{Z}; |x + 1| < 3\}$
 - c) $A = \{x \in \mathbb{N}; x \mid 36\}$ a $B = \{x \in \mathbb{N}; 6 < x < 9\}$
 - d) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 < 25\}$ a $B = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \leq 4\}$
10. Určete doplněk (B'_A) množiny B v množině A .
- a) $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{N}_0$
 - b) $A = \mathbb{N}, B = \{x \in \mathbb{N}; |x| \geq 3\}$
 - c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq 9\}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x > 11\}$
 - d) $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x\}$

11. Jsou dány množiny $A = \{-1, 0, 1, 2, 4, 5, 7\}$,

$B = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$ a $C = \{2, 4, 5, 6, 12\}$.

Zakreslete Vennův diagram pro tyto množiny a určete:

a) $A \cap B =$

b) $B \cup C =$

c) $A \cap C =$

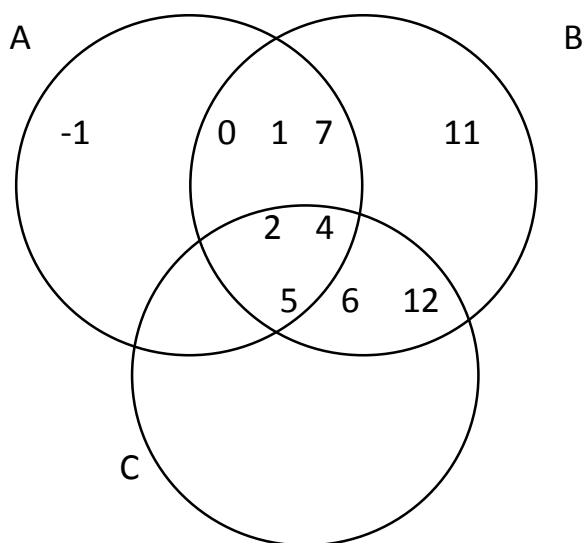
d) $A \cap (B \cup C) =$

e) $A \cup C =$

f) $(A \cap B) \cup C =$

g) $A \cap B \cap C =$

h) $C'_B =$



12. Jsou dány množiny $A = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \leq 4\}$

a $C = \{x \in \mathbb{N}; 2 \leq x \leq 3\}$. Určete:

$A =$

$B =$

$C =$

a) $A \cap B =$

b) $B \cup C =$

c) $A \cap C =$

d) $A \cap (B \cup C) =$

e) $A \cap B \cap C =$

f) $(A \cap B) \cup C =$

g) $A'_R =$

h) $C'_B =$

13. Vypište všechny podmnožiny zadané množiny a určete jejich počet.

- a) $A = \{3, 5, 7\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N}; x \mid 10\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{Z}; |1 - x| \leq 1\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 = 16\}$

Příklady k domácí přípravě

1. Jsou dány následující množiny:

$$A = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 8\}, B = \{1, 2, 4, 7\}, C = \{2, 3, 5, 6, 7\}$$

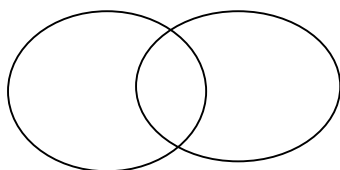
- a) Zapište množinu A výčtem prvků
- b) Určete B' a C' v základní množině A
- c) Zapište množiny $B \cap C$ a $B \cup C$
- d) Určete $B - C$ a $C - B$

2. Jsou dány následující množiny:

$$P = \{a, b, c, d\}, Q = \{a, c, e\}, R = \{a, b, d\}$$

- a) Určete množinu $U = P - Q$ a množinu $V = P \cap R$
- b) Porovnejte množiny U a V a zapište pomocí znaků $\subset, =, \neq$ výsledek
- c) Určete $V \cap R$
- d) Určete $U \cup Q$

3. A B



Znázorněte vyšrafováním v obrázku

- a) $A \cap B$
- b) $A \cup B$
- c) $A - B$
- d) $B - A$

(v každém příkladu překreslete diagram znovu)