

Lineární rovnice

Rovnice je zápis rovnosti mezi dvěma algebraickými výrazy, které obsahují alespoň jednu proměnnou, kterou nazýváme neznámá.

Rovnice má levou stranu – L a pravou stranu – P. Rovnost pak zapisujeme $L=P$.

Rovnice o **jedné neznámé**.

Rovnice o jedné neznámé x je zápis ve tvaru $L(x) = P(x)$, kde obě strany tvoří výrazy s jednou neznámou x .

Př.: $2x + 3 = 21$ nebo $x^2 + 16 = 10x$

Algebraické rovnice nazýváme podle stupně mnohočlenů v jejím zápisu. Dělíme je pak na lineární, kvadratické, iracionální či rovnice vyšších stupňů.

(Nealgebraické rovnice obsahují další matematické funkce a dělíme je na logaritmické, exponenciální a goniometrické.)

Definiční obor rovnice je definičním oborem výrazů obsažených na levé a pravé straně rovnice.

Řešení rovnice rozumíme množinu všech hodnot x , po jejichž dosazení do rovnice vznikne pravdivá rovnost. Každý prvek z této množiny nazýváme **kořen rovnice**.

Př.: $K = \{2 ; 8\}$ rovnice má dva kořeny, $K = \{ \}$ rovnice nemá žádný kořen,

$K = R$ řešením jsou všechna reálná čísla.

Postup při řešení rovnic:

1. Stanovíme podmínky výrazů v rovnici
2. Obě strany co nejvíce zjednodušíme
3. Vhodně upravíme na tvar, ze kterého lze určit řešení
4. Určíme čísla, která mohou být řešením
5. Podle použitých úprav provedeme zkoušku
6. Zapišeme výsledné řešení

Ekvivalentní úpravy

Jsou úpravy, které má nově získaná rovnice stejnou množinu kořenů jako původní rovnice. Při jejich použití není nezbytná zkouška.

1. Záměna levé a pravé strany rovnice
2. Přičtení stejného výrazu k oběma stranám rovnice
3. Odečtení stejného výrazu od obou stran rovnice
4. Vynásobení obou stran stejným nenulovým výrazem
5. Vydělení obou stran rovnice stejným číslem různým od nuly

Důsledkové úpravy

Jsou úpravy, které mohou změnit množinu kořenů a řešení je nutné ověřit zkouškou

1. Umocnění obou stran rovnice na druhou
2. Vynásobení obou stran rovnice stejným výrazem s neznámou

Lineární rovnice je rovnice, která má tvar (nebo lze na něj převést):

$$ax + b = 0$$

kde $a \neq 0$, b jsou koeficienty, $x \in R$ je neznámá.

PS 44 – 51

1. Rozhodněte, zda je daný výrok pravdivý

- a) Pokud při řešení rovnice použijeme jen ekvivalentní úpravy, není nutné provádět zkoušku
- b) Lineární rovnice může mít nekonečně mnoho řešení
- c) Při řešení rovnic s neznámou ve jmenovateli musíme vždy nejprve určit podmínky, za kterých jsou všechny čitatele výrazu nenulová
- d) Pokud lze na obou stranách rovnice vytknout neznámou, můžeme si výpočet zjednodušit tím, že rovnici touto neznámou vydělíme

2. Z daných rovnic vypište lineární členy, absolutní členy, neznámou a lineární koeficient

a) $4,5y + 9 = 0$

b) $x - 0,5 = 0$

c) $-z - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

d) $-\frac{2}{3}v = 0$

3. Vyberte rovnice, které jsou lineární (nebo se na ně dají převést)

a) $\frac{1}{2}x + 4 = 0$

b) $5x \cdot (x + 1) = 0$

c) $x^2 + 5 = 0$

d) $\frac{2x-4}{7} = 0$

4. Vyberte rovnice, ve kterých je správně vypočítána hodnota neznámé x

a) $18x - 6 = 0$

$$18x = 6$$

$$x = \frac{18}{6}$$

b) $\frac{1}{2}x + 10 = 0$

$$\frac{1}{2}x = -10$$

$$x = -10 \cdot 2$$

c) $\frac{5x+2}{3} = 0$

$$5x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

d) $0,2x - 4 = 0$

$$0,2x = 4$$

$$x = \frac{4}{0,2}$$

5. Zapište pomocí množinové symboliky řešení lineárních rovnic v množině $\mathbb{R}$

a) $6x = 0$

$$K =$$

b) $0x = 0$

$$K =$$

c) $0x = 10$

$$K =$$

d) $-x = 0$

$$K =$$

6. Je dána rovnice $3x = 6x$. Rozhodněte, kolik řešení má tato rovnice v $\mathbb{R}$.

a) žádné řešení

b) nekonečně mnoho řešení

c) právě jedno řešení

d) alespoň jedno řešení

7. Vyberte správné řešení rovnice $-x = 0$ v množině $\mathbb{R}$

a) -1

b) 1

c) 0

d) nemá řešení v $\mathbb{R}$

8. Vyberte správné řešení rovnice $\frac{3x}{3x} = 0$ v množině $\mathbb{R}$

a) 1

b) 0

c) $\emptyset$

d) libovolné reálné číslo

e) žádná z možností

9. Vyberte správné řešení rovnice $-x = x$ v množině $\mathbb{R}$

- a) 1 b) 0 c) $\emptyset$ d) -1 e) žádná z možností

10. Vyberte správné řešení rovnice $\frac{1}{x} = 0$ v množině $\mathbb{R}$

- a) -1 b) 1 c) 0 d) libovolné reálné číslo e) žádná z možností

11. Řešte lineární rovnice, proveďte zkoušku a zapište výsledek

a) $6 \cdot (x - 8) = 2x + 4$

b) $(3x + 1) \cdot 6 = 10x - 6$

c) $9x = 3 \cdot (3x - 7)$

d) $15x - 30 = -5 \cdot (6 - 3x)$

e) $\frac{1}{3} \cdot (x + 6) = -1 - \frac{2x+9}{3}$

f) $x + \sqrt{2} = \frac{2x+4\sqrt{2}}{4}$

12. V množině $\mathbb{R}$ řešte rovnici. Vypište všechna čísla z množiny

$\left\{-5; -\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}; 0; 5\right\}$, po jejichž dosazení vznikne platná rovnost.

a) $3x - 15 = 0$

b) $4x - 3 = 2 \cdot (2x - 1,5)$

c) $(2x + 5) \cdot 3 = 4 \cdot \left(\frac{3x}{2} - 2\right)$

d) $\frac{x+2}{3} = -x - \frac{4}{3}$

13. Zapište podmínky, za kterých je možné řešit rovnice s neznámou ve jmenovateli, a rovnice vyřešte. O správnosti řešení se přesvědčte zkouškou.

a) $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{x+8}$

b) $\frac{2x-1}{x} = 2 - \frac{1}{x}$

$$\text{c) } \frac{1}{x-2} + \frac{x-5}{3 \cdot (x-2)} = \frac{2}{3}$$

$$\text{d) } \frac{5x}{x-2} - \frac{3x+4}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1}$$

$$\text{e) } \frac{2x}{x-2} = 3 - \frac{x}{x+1}$$

$$\text{f) } \frac{7x}{x-3} - 1 = \frac{2 \cdot (3x-1)}{x+2}$$

14. Rozhodněte, ve kterém ze zadaných intervalů se nachází řešení rovnice

a) $a \in \langle 5; 8 \rangle$ b) $a \in \langle 0; 5 \rangle$ c) $\langle -3; 3 \rangle$ d) $(-\infty; 4)$ e) žádná možnost

$$\frac{5}{2a-3} - \frac{3a-8}{4a-6} = \frac{7}{9} - \frac{6a-1}{10a-15}$$

15. Střelný prach se vyrábí ze směsi uhlí, síry a ledku, přičemž ledku je 4krát více než síry a síry je třikrát více než uhlí. Vypočítejte, kolik kilogramů jednotlivých složek je potřeba pro výrobu 240 kg střelného prachu.

16. Pokud dané číslo zvětšíme o 36, dostaneme čtyřnásobek původního čísla. Vyberte, o jaké číslo se jedná.

- a) 40 b) 9 c) 12 d) 7 e) žádná možnost

17. Dvojciferné číslo má na místě jednotek číslici 2. Zaměníme-li číslice na místě jednotek a desítek, dostaneme číslo o 54 menší. Jaké je původní číslo?

18. Které číslo je potřeba odečíst od čitatele i jmenovatele zlomku $\frac{3}{2}$, abychom dostali zlomek převrácený?

19. Jaká je průměrná rychlost auta, jestliže za 7 minut ujede pět a čtvrt km?

a) 30 km/h

b) 45 km/h

c) 75 km/h

d) 50 km/h

20. V množině $\mathbb{R}$ řešte rovnici a proveďte zkoušku

a) $3 \cdot [2x - 4 \cdot (x + 3)] - 5x = 2 + 2 \cdot [(3x - 1) - (6x - 2)]$

b) $-2 - (x + 2)^2 = -x + [x \cdot (1 - x) - 2]$

30. Tři kamarádi nečekaně dostali za pomoc při čištění lesa odměnu ve výši 1440 Kč. Chtěli se o ni spravedlivě rozdělit. Celkem odpracovali 36 hodin. První odpracoval třikrát více hodin než druhý a třetí o 100% více hodin než druhý. Kolik hodin každý kamarád odpracoval a kolik Kč dostal?

31. V obchodním domě prodávají kola pro rodiny s dětmi. Dámské kolo je o 10% dražší než pánské a dětské je o třetinu levnější než dámské. Za dvě dětská, jedno pánské a jedno dámské kolo rodina zaplatila celkem 31 030 Kč. Kolik Kč stála jednotlivá kola? Proved'te kontrolu se zadáním úlohy.

Příklady k domácí přípravě

1. Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ a proved'te zkoušku.

$$9 - 3 \cdot (2x + 1) = 6x + 2 \cdot (x - 4)$$

2. Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ a proved'te zkoušku.

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{5x}{12}$$

3. Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$, запиšte podmínky a proved'te zkoušku.

$$\frac{3}{x-1} = \frac{4}{x}$$

4. Obvod trojúhelníku je 33cm. Jedna jeho strana je třikrát delší než druhá strana a o 2 cm delší než strana třetí. Určete délky stran trojúhelníku.