

Algebraické výrazy

Algebraický výraz je zápis složený z čísel, písmen (označujících proměnné), znaků matematických funkcí ($+$, $-$, $\cdot$, $:$, 2 , $\sqrt{\quad}$) a závorek.

1. Upravte výrazy:

a) $6a + 3b + 2a + c - b$

b) $3m + s - 9m + 4 - s$

c) $16x^2 - x - 5x^2 + 6x - x^3$

d) $(a - 3b) + (-a - b) + (2a - b)$

e) $(2y - 4 + 5y) - (2 + y)$

f) $5(x - 2) + 6x - (3x - 1)$

g) $(6 - y) \cdot 3 - 2 \cdot (7 + y) + (-y)$

h) $3 \cdot (c - 3d) - \{2 \cdot (c - 5d) - [-(-2c + d) + 6 \cdot (-c)]\}$

2. Zjednodušte výrazy:

a) $8 \cdot x \cdot x$

b) $-5r \cdot (+r)$

b) $2a \cdot 5a$

c) $-6y \cdot (-y)$

d) $\frac{1}{4}b \cdot (-4b)$

e) $\frac{1}{2}a \cdot 8a^2$

f) $c \cdot (-5c) \cdot c^4$

g) $3x \cdot x^{-1}$

3. Upravte výrazy:

a) $\frac{1}{2}y^{-2} \cdot 2y$

b) $b^{-2} \cdot b^{-4} \cdot 2b$

c) $\frac{2}{3} \cdot (-3r) \cdot r^4 \cdot r^{-5}$

d) $6 \cdot (a^2)^2 \cdot a^{-4}$

e) $(-b^2)^3 \cdot b^{-7}$

f) $(-2c)^2 \cdot (-c)^3 \cdot c^{-1}$

4. Upravte výrazy:

a) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$

b) $x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{-1}$

c) $y^3 \cdot \sqrt{y}$

d) $\sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{y^2}$

e) $\frac{x^{\frac{1}{4}}}{x^{-\frac{1}{3}}}$

f) $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}}{\sqrt{xy}}$

5. Určete hodnotu výrazu pro zadanou hodnotu proměnné:

a) $m^2 - 0,4m - m^3$ pro $m = 0,1$

b) $2x - x^2 + 1$ pro $x = -2$

c) $\frac{3}{2}(a + 1) - \frac{1}{2}(a - 1)$ pro $a = \frac{4}{3}$

d) $(y^2 - 3y) \cdot (-5y)$ pro $y = 4$

e) $(6s - 3) \cdot (1 - 5s)$ pro $s = -1,5$

PS 10 – 12

1. Vyberte algebraické výrazy s daným počtem proměnných.

$$3x^2 - 12$$

$$\frac{2a+b}{4}$$

$$2\pi r$$

$$\frac{(a+c) \cdot v}{2} + v^2$$

$$\pi r^2 + ab$$

$$(a + b + c) \cdot 2v$$

$$5x^2 - 3x + 1$$

$$(a + b) \cdot (a - b)$$

- a) Jedna proměnná
- b) Dvě proměnné
- c) Tři proměnné
- d) Čtyři proměnné

2. Z následujících algebraických výrazů vypište na první řádek všechny konstanty a na druhý všechny proměnné

a) $-4x^2 - 8x + 12$

Konstanty

Proměnné

b) $\frac{-3x+6y}{2} - 4z$

Konstanty

Proměnné

c) $\frac{\pi r^2}{3a} - b$

Konstanty

Proměnné

d) $-p^2 + 2pq - 4$

Konstanty

Proměnné

3. Určete, zda jsou následující výroky pravdivé:

- a) Algebraický výraz $2x - 8$ změním v číselný výraz, dosadíme-li za proměnnou x libovolné reálné číslo.
- b) Definiční obor výrazu je množina všech takových čísel z oboru proměnné, která můžeme za proměnnou dosadit, a takto vytvořený číselný výraz bude mít smysl.
- c) Algebraický výraz $\frac{x+8}{x^2}$ má pro $x = 0$ hodnotu osm.
- d) Každé dva algebraické výrazy, které lze upravit na stejný tvar, se sobě rovnají.
- e) Abychom určili definiční obor výrazu, musíme nejprve určit podmínky existence tohoto výrazu

4. Vypočítejte hodnotu algebraického výrazu dosazením zadané hodnoty proměnné:

a) $\frac{5x-10}{x^2}$ pro $x = 5$

b) $\frac{5x-10}{x^2}$ pro $x = -1$

c) $\frac{5x-10}{x^2}$ pro $x = -2$

d) $\frac{5x-10}{x^2}$ pro $x = 2$

5. Vyberte z množiny čísel $\{-10; -5; -2; 0; 1; 3; 9\}$ ta, pro která má

algebraický výraz $\frac{-x-5}{6-2x}$ danou hodnotu.

a) Kladná hodnota

b) Záporná hodnota

c) Nulová hodnota

d) Nelze vypočítat

6. Určete hodnotu algebraických výrazů

a) $6x^2 - 2x + 11$ pro $x = 3$

b) $-2x^2 + 4x - 1$ pro $x = 4$

c) $|x - 5| - 3 \cdot (2x + 8)$ pro $x = -2$

d) $9 - 7 \cdot |2 - x| + 12x$ pro $x = -5$

Mnohočleny

Mnohočleny (polynomy) s jednou proměnnou jsou výrazy typu:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \text{ kde jsou:}$$

n ...stupeň mnohočlenu, x ... proměnná, a ...koeficient, $a_i x^i$...člen
($n \in N, a_i, x \in R$)

Podobně mohou být mnohočleny s více proměnnými.

1. **Sečtěte či odečtěte** mnohočleny:

a) $(3x^2 + 4x - 5) + (2x^2 - 6x + 4)$

b) $(5x^3 - 2x^2 + 3) + (4x^2 - 3x - 6)$

c) $(x^2 + 2x - 4) - (3x^3 - x^2 - 6)$

d) $(4y^3 - 3y^2 + 9y + 2) - (3y^3 - 2y^2 - y - 3)$

e) $(5x^2y - 2xy + 3x + 1) + (xy^2 + 6xy - 3)$

2. **Vynásobte** jednočleny:

a) $3x \cdot 8xy$

b) $5a^2b \cdot (-3ab^2)$

c) $2u^2v \cdot 3uv \cdot 2v^3$

d) $7x^2y \cdot 2z \cdot (-2xy^2)$

e) $10a \cdot bc^2 \cdot 2ab^2 \cdot 3ac^2$

f) e) $2m \cdot (-3n) \cdot (-mn)$

3. Vynásobte a upravte:

a) $2a \cdot (x - y^2)$

b) $-3 \cdot (2a - b)$

c) $3x \cdot (x + y) + 5y \cdot (x - y)$

d) $p \cdot (3 + 2p) - 4 \cdot (p^2 + 2) + 3p \cdot (p - 1)$

e) $rs \cdot (2r + 3s + 1) - r \cdot (2rs + 3) - (2r + rs^2)$

4. Vynásobte dvojčleny:

a) $(2a + 3b) \cdot (a + b)$

b) $(2a + b) \cdot (a - 1)$

c) $(2u + v) \cdot (u - 3v)$

d) $(1 + 5x) \cdot (5 - 4x)$

5. Vynásobte mnohočleny a upravte:

a) $(x^2 + 3x + 2) \cdot (x + 1)$

b) $(3x^2 - x + 1) \cdot (5x - 2)$

c) $(2a^2 - ab + b^2) \cdot (3a - 5b)$

d) $(a - b + c) \cdot (a + b - c)$

6. Dělte jednočleny:

a) $(-12pqr) : 6p$

b) $8a^2b : 2ab$

c) $-9ab^2 : 3ab$

d) $16x^3y^2 : (-4x^2y)$

7. Dělte mnohočlen jednočlenem:

a) $(4a^2 + 2b) : 2$

b) $(3x + 6xy + 3y) : 3$

c) $(5x^2 + 2x) : x$

d) $(4c^2d - 12c^3d^2) : (-2cd)$

e) $(15a^3x^5 - 10a^4x^4 - 25a^5x^3) : 5a^3x^3$

8. **Dělte mnohočleny**, určete podmínku pro dělitele:

a) $(x^3 - 3x^2 - 14x + 20) : (x - 5)$

b) $(6x^3 - 13x^2 - 9x + 10) : (2x - 5)$

c) $(21t^3 - 31t^2 + 39t - 6) : (7t - 1)$

d) $(3a^3 + 14a^2 + a - 5) : (3a - 1)$

2. Je dán mnohočlen: $-5x^3 + 9x^2 - x - 2$

Určete následující údaje: a) člen nejvyššího stupně

b) stupeň mnohočlenu

c) počet členů mnohočlenu

d) kvadratický člen

e) koeficient kvadratického členu

f) lineární člen

g) koeficient u lineárního členu

h) absolutní člen

3. Určete stupeň mnohočlenu.

a) $4x^3 + 10x^2 - 8x + 3$

b) $-5y^6 + y^5 - 0,7y^3 - y$

c) -19

d) $\frac{13x^{10}}{2}$

4. Do uvedeného mnohočlenu s jednou proměnnou x doplňte členy podle zadání.

Následně členy seřaďte podle stupně (sestupně)

a) lineární člen s koeficientem -6 : $-3x^2 + x^3 + 7$

b) Kvadratický člen s koeficientem $+5$: $-2x^4 - 2x - 4 + 9x^6$

5. Rozhodněte, zda jsou následující výroky pravdivé:

- a) Jiný název pro mnohočlen je polynom
- b) Koeficientem mnohočlenu je vždy jen celé číslo
- c) Výraz $\frac{1}{3}x^2 - \sqrt{6}x + \frac{\sqrt[3]{5}}{2}$ je mnohočlen
- d) Výraz $2x^{-2} + 4x - 1$ je mnohočlen
- e) Opačný mnohočlen vznikne z daného mnohočlenu tím, že před jeho první člen dáme znaménko minus
- f) Opačný mnohočlen vznikne z daného mnohočlenu tím, že u všech jeho členů změníme znaménka v opačná.

6. Vytvořte příklady podle zadání

- a) Dvojčlen 4. stupně s jednou proměnnou:
- b) Čtyřčlen se dvěma proměnnými
- c) Kvadratický trojčlen s proměnnou x
- d) Jednočlen nultého stupně

7. K daným mnohočlenům napište mnohočleny opačné

- | | |
|---------------------|-------------------|
| a) $x + 6$ | b) $2y - 1$ |
| c) $-2a^2 + ab - 6$ | d) $\frac{1}{5}x$ |

4. Sečtěte / odečtěte mnohočleny o jedné proměnné

a) $6a^4 - (8a^4 - 1) =$

b) $(2x^3 - 5x^2) + (9x^3 + x - 1) =$

c) $(8x^4 + 2x^2 - 1) - 5x^3 =$

d) $(5y^6 + y^3) - (2y^6 - 7y^3) =$

5. Sečtěte / odečtěte mnohočleny o více proměnných.

a) $(4xy^3 + y) - xy^3 =$

b) $(rv^3 - r^2v^2 + 5v) - (rv^3 - 4r^2v^2) =$

c) $(2x^3z + 3x^2) - (xz^3 + 3x^2 + 9z) =$

d) $(-2a^2b + ab^2) - (2ab^2 - 3ab) + (-4a^2b + ab^2) =$

6. Dokažte výpočtem, že odčítání mnohočlenů není komutativní ani asociativní

a) $5ab^3 - 2ab^3 =$

$2ab^3 - 5ab^3 =$

b) $8xy - xy =$

$xy - 8xy =$

c) $a^2 - (6a^2 - 4a^2) =$

$(a^2 - 6a^2) - 4a^2 =$

d) $(3b^4 - 4b^4) - b^4 =$

$3b^4 - (4b^4 - b^4) =$

7. Vynásobte mnohočlen konstantou. (Tam, kde to lze, zjednodušte krácením)

a) $(2x^3 - 7x) \cdot 3 =$

b) $(0,2x^3 + x - 1,3) \cdot (-4) =$

c) $\frac{3}{4} \cdot \left(8x^4 + 4x^2 - \frac{4}{2}\right) =$

d) $\left(3y^4 - \frac{2}{3}y^3 - 1,5\right) \cdot (-1,5) =$

8. Vynásobte jednočlen jednočlenem

a) $-2x \cdot 0,4x =$

b) $1,2a \cdot 3b =$

c) $3a^2b \cdot (-7a) =$

d) $-4xy^2 \cdot 2x =$

e) $-xyz^3 \cdot 1,6x^3y^2z =$

f) $0,3a^2bc \cdot (-ab^3c) =$

9. Vynásobte a následně upravte

a) $(2a^2c - 4c) \cdot 5a =$

b) $(x + 3) \cdot (-4 + x) =$

c) $(x - 7) \cdot (x - 2) =$

d) $(2a + a^2b) \cdot (5ab - a) =$

e) $(m^2 - 3m) \cdot (m^3 + 2m - 0,3) =$

f) $(a^2b - ab^2) \cdot (a^2b + ab^2 - a) =$

Algebraické vzorce

Při výpočtech s výrazy se často opakují početní výkony, které se pro urychlení a zjednodušení práce vyplatí pamatovat jako vzorce:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Tyto vztahy lze použít v obou směrech. Mezi další často použitelné vzorce patří:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

10. Umocněte.

a) $(2a^2)^5 =$

b) $(3v^4)^2 =$

c) $(2^3xy^2)^2 =$

d) $(x - 5)^2 =$

e) $(a + 3b)^2 =$

f) $(r - 2s)^2 =$

+

11. Doplňte chybějící koeficienty tak, aby se jednalo o druhou mocninu součtu nebo rozdílu

a) $x^2 - \quad x + 9 = (x - 3)^2$

b) $y^2 + 8y + \quad = (y + 4)^2$

c) $16y^2 + \quad y + \quad = (4y + 1)^2$

d) $x^2 - \quad x + 4 = (5x - 2)^2$

e) $(\quad y + 2)^2 = 9y^2 + \quad y + \quad$

f) $(\quad x - \quad)^2 = 4x^2 - 12x + \quad$

12. Vypočítejte užitím vzorce pro třetí mocninu dvojčlenu.

a) $(x + 3)^3 =$

b) $(y - 2)^3 =$

c) $(4u + 2v)^3 =$

d) $(2r - 4s^2)^3 =$

14. Vydělte jednočlen jednočlenem.

a) $-15m^6n : (-2mn) =$

b) $1,6x^3y^2z^3 : (xyz^3) =$

c) $3^5a^2bc : 3^2b =$

d) $\left(-\frac{2}{3}mn^6q\right) : \left(-\frac{3}{2}mnq\right) =$

15. Vydělte mnohočlen jednočlenem.

a) $(12x^2y - 4x) : 4 =$

b) $(8a^3b + 16a) : (-2a) =$

c) $(12u^5 + 3u^3 - 3u^2) : (-3u^2) =$

d) $(4v^4 - 5v^3 - 9v^2) : \left(-\frac{1}{3}v^2\right) =$

16. Vydělte mnohočlen mnohočlenem

a) $(6x^3 - 17x^2 + 9x - 1) : (2x - 1) =$

b) $(3y^3 + 11y^2 + 6y - 2) : (y + 1) =$

c) $(6v^4 + 12v^3 - 3v^2 - 12v) : (2 + v) =$

d) $(2u^4 - u^2 + 4u) : (u - 3) =$

Sem zadejte rovnici.

Příklady k domácí přípravě

1) $2a + 3b - 5a + 8b + 4a - 10b =$

2) $(3x + 4y) + (2x - 5y) - (4x - 3y) =$

3) $(x^2 - x) - (2x^2 + 5) - (3 - 2x) =$

4) $2 \cdot (3a + 4b - 5) - 4 \cdot (a - 2b + 3) =$

5) $5a^2 \cdot (-3a) \cdot 2a^3 =$

6) $2x^2y \cdot 4xy^2 =$

7) $(2x^2)^2 \cdot (-3x)^2 \cdot x^{-3} =$

8) $(-xy^2) \cdot (-2x^2y)^3 =$

9) $(-12x^4y^3) : (-2xy)^2 =$

10) $-3 \cdot (2x^2 + 4x - 5) =$

11) $2x \cdot (x^2 - 3x + 2) =$

12) $(x + 2) \cdot (x - 5) =$

13) $(3x + 7) \cdot (4 - 6x) =$

14) $(4y^2 - 2y + 3) \cdot (7 - 3y) =$

15) $(x^2 + 3x - 2) \cdot (2x + 4) =$

16) $(8x^4 + 6a^3 - 4a^2) : 2a =$

17) $(4x^2 - 5x - 6) : (x - 2) =$

18) $(6x^2 - x - 12) : (2x - 3) =$

19) Umocněte podle vhodného vzorce:

$$(4a + 5)^2 =$$

$$(x - 3)^2 =$$

$$(x^2 - 2)^2 =$$

$$(y^3 + 8)^2 =$$

20) Upravte s využitím vzorce:

$$(a + 5) \cdot (a - 5) =$$

$$(2r - 4) \cdot (2r + 4) =$$

$$(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) =$$

$$(\sqrt{2} + 3r) \cdot (\sqrt{2} - 3r) =$$

21) Rozložte na součin podle vhodného vzorce:

$$m^4 - 100 =$$

$$81c^2 - 4 =$$

$$16 - 4x^4 =$$

$$100p^2 - 1 =$$

22) Vyjádřete jako druhou mocninu dvojčlenu:

$$4 - 4a + a^2 =$$

$$m^2 + 6mn + 9n^2 =$$

$$0,01s^2 - 2rs + 100r^2 =$$

$$25m^4 + 70m^2n + 49k^2 =$$

$$64c^2 + 32c + 4 =$$

$$900r^2 - 1200rs + 400s^2 =$$