

Prvočísla a čísla složená

Prvočíslo

je každé přirozené číslo, které má právě dva různé dělitele, číslo 1 a samo sebe.

Nejmenším a jediným sudým je prvočíslo 2.

Další prvočísla: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

Složené číslo

je každé přirozené číslo, které má alespoň tři různé dělitele.

Složená čísla: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 20

Každé složené číslo lze zapsat jako součin prvočísel. Tomuto součinu říkáme **rozklad čísla na prvočinitele**.

Př.: $168 = 2 \cdot 84 = 2 \cdot 2 \cdot 42 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

Pokud pro tři přirozená čísla a, b, c platí $c = a \cdot b$, pak čísla a, b nazýváme **dělitelem** čísla c , symbolicky zapisujeme $a \mid c$, $b \mid c$.

Číslo c je **násobkem** čísel a, b

Př.: $84 = 7 \cdot 12$ čísla 7 a 12 jsou dělitelem čísla 84, $7 \mid 84$, $12 \mid 84$

číslo 84 je násobkem čísla 7 i čísla 12

Při rozkladu lze použít známé **znaky dělitelnosti** přirozených čísel:

- * Číslo je dělitelné **dvěma**, když je na konci sudé číslo.
- * Číslo je dělitelné **třemi**, právě když je dělitelný třemi součet čísel zapsaných jeho jednotlivými ciframi, tzv. ciferný součet.
- * Číslo je dělitelné **čtyřmi**, právě když je čtyřmi dělitelné jeho poslední dvojčíslí.
- * Číslo je dělitelné **pěti**, právě když má na místě jednotek číslici nula nebo pět.
- * Číslo je dělitelné **šesti**, právě když je zároveň dělitelné dvěma a třemi.
- * Číslo je dělitelné **sedmi**, je-li sedmi dělitelný součet vypočtený tak, že první až desátou číslici odzadu vynásobíme postupně čísli 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2 – uvedeno pro zajímavost, dělitelnost sedmi je třeba zkusit
- * Číslo je dělitelné **osmi**, je-li jeho poslední trojčíslí dělitelné osmi.
- * Číslo je dělitelné **devíti**, je-li jeho ciferný součet dělitelný devíti.
- * Číslo je dělitelné **desíti**, má-li na místě jednotek číslici nulu.

Na základě znaků dělitelnosti lze pro každé přirozené číslo n vytvořit množinu D_n všech dělitelů čísla n . Při hledání dělitelů lze využít skutečnosti, že každé složené číslo n lze rozložit na součin $p \cdot q$, kde $p \leq \sqrt{n}$

Př. $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Největší společný dělitel $D(a, b)$ dvou přirozených čísel je největším prvkem z množiny všech společných dělitelů čísel a, b .

Nejmenší společný násobek $n(a, b)$ dvou přirozených čísel je nejmenší prvek z množiny všech společných násobků čísel a, b .

K praktickému nalezení $D(a, b)$ nebo $n(a, b)$ lze využít jejich rozkladu na prvočísla.

$$\text{Př. } 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \qquad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D(28, 36) = 2 \cdot 2 = 4 \qquad n(28, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 252$$

Pro každá dvě přirozená čísla a, b platí: $D(a, b) \cdot n(a, b) = a \cdot b$

Příklady na procvičení PS 15-38

- Z množiny $\{6, 8, 10, 15, 24, 42, 60\}$ vyberte ta čísla, která jsou násobkem
 - čísla 2
 - čísla 3
 - čísla 4
 - čísla 5
 - čísla 6
 - čísla 7
 - čísla 8
 - čísla 9
- Rozhodněte, zda jsou následující věty pravdivé:
 - Všechny dělitele čísla 12 jsou čísla 1, 2, 3, 4 a 6.
 - Číslo 47 je dělitelné devíti.
 - Číslo 1 je dělitelem každého přirozeného čísla.
 - Všechny násobky čísla 3 menší než 20 jsou 3, 6, 9, 12, 15, 18.

3. Vypište všechny:

a) Dvojciferné násobky čísla 8:

b) Dvojciferné násobky čísla 15:

c) Dvojciferné násobky devíti, které jsou zároveň násobky sedmi:

d) Násobky čísla 12, které jsou menší než 80 a nejsou násobky 8:

4. Doplňte správné termíny (násobek, dělitel)

a) Platí že $4 \cdot 7 = 28$. Číslo 28 je _____ čísla 4.

b) Platí že $12 \cdot 5 = 60$. Číslo 12 je _____ čísla 60.

c) Platí že $144 : 4 = 36$. Číslo 4 je _____ čísla 144.

d) Platí že $1 \cdot 11 = 11$. Číslo 11 je _____ čísla 1.

5. Rozhodněte, zda číslo m dělí číslo n .

a) $m = 15, n = 195$

b) $m = 9, n = 448$

c) $m = 17, n = 391$

d) $m = 36, n = 1224$

6. Vypište všechny dělitele zadaných čísel:

a) $D(30) =$

b) $D(56) =$

c) $D(64) =$

d) $D(100) =$

7. Rozhodněte, zda je číslo m násobkem čísla n

a) $m = 159, n = 9$

b) $m = 481, n = 13$

c) $m = 567, n = 21$

d) $m = 825, n = 33$

8. Najděte všechna přirozená čísla tak, aby splňovala zadané podmínky:
- a) Všechny dvojciferné násobky čísla 17:
 - b) Všechny násobky čísla 14 větší než 30 a menší než 130:
 - c) Všechny liché násobky čísla 9 menší než 90:
 - d) Všechny násobky pěti, které jsou menší než 50 a zároveň nejsou násobky dvou ani tří

PS – 18

1. Přiřaďte přirozeným číslům příslušné znaky dělitelnosti

- | | |
|-------|---|
| A) 2 | 1) poslední cifra je dělitelná třemi |
| B) 3 | 2) ciferný součet je dělitelný devíti |
| C) 4 | 3) poslední dvojčíslí je dělitelné čtyřmi |
| D) 5 | 4) poslední cifra je 0 nebo 5 |
| E) 8 | 5) ciferný součet je dělitelný pěti |
| F) 9 | 6) poslední trojčíslí je dělitelné osmi |
| G) 10 | 7) ciferný součet je dělitelný třemi |
| | 8) poslední cifra je 0 |
| | 9) poslední cifra je některá z číslic 0, 2, 4, 6, 8 |
| | 10) poslední dvojčíslí je dělitelné devíti |

2. Uveďte příklad dvojciferného čísla, pro které platí, že:

- a) Je dělitelné dvěma a není dělitelné pěti:
- b) Je dělitelné osmi a není dělitelné dvěma:
- c) Je dělitelné třemi a není dělitelné devíti:
- d) Je dělitelné deseti a třemi zároveň:

3. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- a) Každé sudé číslo je dělitelné dvěma a čtyřmi
- b) Každé číslo dělitelné pěti je liché
- c) Je-li číslo dělitelné deseti, pak je sudé
- d) Je-li číslo dělitelné osmi, pak je jeho poslední cifra některá z cifer 0, 4, 8

4. Vyberte čísla, která jsou dělitelná dvěma.

- a) 1 786
- b) 340 231
- c) 1 349 308
- d) 2 234 233

5. Vyberte čísla, která jsou dělitelná třemi.

- a) 6 921
- b) 42 145
- c) 1 750 428
- d) 4 564 087

6. Vyberte čísla, která jsou dělitelná čtyřmi.

- a) 4 924
- b) 38 622
- c) 1 489 956
- d) 9 873 870

7. Vyberte čísla, která jsou dělitelná pěti.

- a) 6 270
- b) 42 145
- c) 340 408
- d) 83 607 030

8. Vyberte čísla, která jsou dělitelná osmi.

- a) 11 384 b) 557 712 c) 29 218 d) 365 698

9. Vyberte čísla, která jsou dělitelná dvěma, ale ne čtyřmi.

- a) 3 452 b) 56 442 c) 12 128 d) 199 982
e) 7 890 f) 34 566 g) 10 674 h) 32 298

10. Vyberte čísla, která jsou dělitelná pěti, ale ne deseti

- a) 15 450 b) 67 805 c) 780 d) 1 234 795
e) 32 560 f) 788 031 g) 432 903 h) 882 909

11. Vyberte čísla, která jsou dělitelná třemi, ale ne devíti.

- a) 12 930 b) 11 109 c) 93 993 d) 55 605
e) 453 987 f) 788 031 g) 432 903 h) 882 909

13. Doplňte vynechanou cifru a tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné třemi.

Uveďte všechny možnosti.

- a) 10 7a2
b) 72 a38
c) 1a3 452
d) a 398 034

10. Vyberte všechna nesprávně zapsaná rodná čísla. Rodné číslo má tu vlastnost, že je dělitelné jedenácti. (číslo vzniklé střídavým odčítáním a sčítáním cifer je nula nebo dělitelné 11)

a) 780602/4545

b) 821224/3489

c) 965901/7353

d) 925214/5232

11. Vypište všechny dělitele čísel:

$$D(120) =$$

$$D(248) =$$

$$D(91) =$$

$$D(720) =$$

1. Uveďte příklad:

a) dvou prvočísel, jejichž rozdíl je opět prvočíslo:

b) složeného čísla, které má právě čtyři dělitele:

c) dvojciferného prvočísla většího než 40 a menšího než 50:

d) prvočísla, které má ve svém zápisu jen sudé číslice:

2. Vyberte správně zapsaný prvočíselný rozklad čísla 2 100:

a) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

b) $3 \cdot 7 \cdot 100$

c) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

d) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

3. Přiřaďte ke každému tvrzení číslo, které toto tvrzení splňuje:
- | | |
|---|-------|
| A) Číslo, které má pouze triviální dělitele. | 1) 15 |
| B) Číslo, které je součinem právě tří prvočísel | 2) 49 |
| C) Číslo, které má právě tři dělitele | 3) 66 |
| D) Číslo, jež je součinem dvou nejmenších lichých prvočísel | 4) 23 |
4. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá.
- Všechna prvočísla jsou lichá.
 - Číslo 1 je nejmenší prvočíslo
 - Rozdíl prvočísel je vždy složené číslo
 - Každé složené číslo je dělitelné alespoň dvěma různými prvočísly
5. Doplň do výpočtu jednociferné přirozené číslo tak, aby výsledkem bylo prvočíslo.
- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $26 - \quad + 19 - 12 =$ | b) $58 - 9 - 27 + \quad =$ |
| c) $18 - (3 + \quad) =$ | d) $72 + (19 - \quad) - 25 =$ |
6. Postupným rozkládáním rozložte následující čísla na součin prvočísel
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| a) 882 | b) 117 | c) 680 | d) 855 |
|--------|--------|--------|--------|
7. Rozložte následující čísla na součin prvočísel metodou kříže
- | | | | |
|--------|----------|----------|----------|
| a) 264 | b) 1 144 | c) 2 520 | d) 4 752 |
|--------|----------|----------|----------|

8. Zjistěte, zda jsou následující čísla prvočísla, nebo čísla složená.

a) 91

b) 157

c) 187

d) 229

9. Určete všechny dělitele následujících čísel, znáte-li jejich rozklady na součin prvočísel.

a) $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$ $D(102) =$

b) $225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ $D(225) =$

c) $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ $D(140) =$

d) $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ $D(360) =$

10. Najděte všechna čísla a , $10 \leq a \leq 30$, která lze rozložit na součin dvou různých prvočísel.

PS – 27

1. Uveďte příklad:

a) Dvou čísel, jejichž největší společný dělitel je číslo 4:

b) Dvou čísel, jejichž největší společný dělitel je liché prvočíslo:

c) Alespoň dvou společných dělitelů čísel 18 a 60

d) Dvou čísel, jejichž největší společný dělitel se rovná jednomu z těchto čísel:

2. Doplňte vhodné přirozené číslo tak, aby uvedené tvrzení platilo

a) $D(7, \quad) = 1$

b) $D(8, \quad) = 2$

c) $D(7, 5) = D(10, \quad)$

d) $D(9, 12) = D(9, 12, \quad)$

3. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá

a) Největšího společného dělitele má každá dvojice přirozených čísel

b) Pro každou dvojici čísel existuje právě jeden největší spol. dělitel

c) Největší společný dělitel dvou prvočísel je menší z nich

d) Prvočíslo p je největším spol. dělitelem dvou čísel, pokud dělí jedno z nich

4. Najděte všechny společné dělitele následujících čísel

a) 28 a 35

b) 34 a 45

c) 36 a 60

d) 36 a 61

5. Jsou dány množiny všech dělitelů čísel 48, 56 a 72:

$$D(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$D(56) = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\}$$

$$D(72) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$$

a) Všechny společné dělitele čísel 48 a 56

b) Všechny společné dělitele čísel 48 a 72, které nedělí číslo 56

c) Největšího společného dělitele čísel 48 a 72

d) Největšího společného dělitele čísel 48, 56 a 72

6. Pomocí rozkladu na součin prvočísel určete největšího společného dělitele následujících čísel

- a) 884 a 1430 b) 120 a 168 c) 651 a 692 d) 3 276 a 3 960

7. Pomocí rozkladu na součin prvočísel určete největšího společného dělitele následujících čísel

- a) 48, 60, 132 b) 1 540, 1 617, 1 870

8. Najděte **všechny** společné dělitele následujících čísel

- a) 350 a 500 b) 147 a 441 c) 150 21 a 24 d) 35, 111 a 1 110

1. Uveďte příklad:

- a) společného násobku čísel 6 a 10
- b) čísel, jejichž nejmenším společným násobkem je číslo 24
- c) čísel, jejichž nejmenším společným násobkem je číslo 13
- d) alespoň dvou společných násobků čísel 14 a 35

2. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá

- a) Číslo 360 je společným násobkem čísel 6 a 36
- b) Číslo 180 je společným násobkem čísel 15, 18 a 24
- c) Číslo 80 je **nejmenším** společným násobkem 8 a 10
- d) Číslo 42 je **nejmenším** společným násobkem č. 2, 3 a 7

3. Jsou dány množiny násobků čísel 12, 14 a 21 menší než 100

$$n(12) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96\}$$

$$n(14) = \{14, 28, 42, 56, 70, 84, 98\}$$

$$n(21) = \{21, 42, 63, 84\}$$
 Ze všech těchto násobků vyberte:

- a) nejmenší společný násobek čísel 12 a 14
- b) všechny společné násobky čísel 14 a 21
- c) všechny společné násobky čísel 12 a 21, které nejsou násobky čísla 14
- d) nejmenší společný násobek čísel 12, 14 a 21

4. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá

- a) Společný násobek dvou lichých čísel je vždy liché číslo
- b) Součin dvou čísel je vždy společným násobkem těchto čísel
- c) Každá dvojice čísel má právě jeden nejmenší společný násobek
- d) Součin dvou čísel je vždy je vždy n. s. n. těchto dvou čísel

10. Najděte **všechny** společné násobky daných čísel, které jsou menší než 300

- a) 27 a 45
- b) 9 a 24
- c) 10 a 26
- d) 12, 21 a 28

12. Pomocí rozkladu na součin prvočísel určete **nejmenší** společný násobek čísel

- a) 15 a 63
- b) 126 a 308
- c) 168 a 630
- d) 210, 231 a 495

15. Najděte nejmenší číslo, které je dělitelné všemi jednocifernými prvočísly.

Příklady k domácí přípravě

1. Vypočtěte s dodržением pořadí početních operací:

a) $14 + 7 - (8 - 24 : 8) \cdot 6 : 3 - 9 =$

b) $5 \cdot 8 : 4 + (7 - 2) \cdot 5 - 10 : 2 \cdot 3 =$

2. Rozložte na prvočinitele: a) 420 b) 380

3. Určete všechny dělitele čísel: a) 48 b) 60

4. Určete největšího společného dělitele čísel:

a) 60, 84 b) 30, 42, 66

5. Najděte nejmenší společný násobek čísel:

a) 24, 40 b) 12, 18, 30