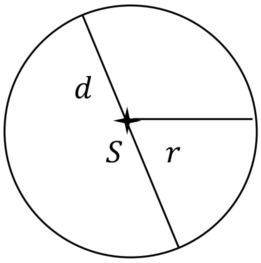
Kružnice



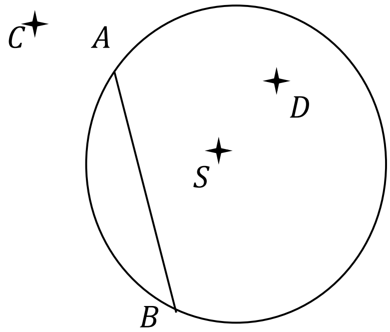
Kružnice $\boldsymbol{k(S;r)}$ je množina všech bodů roviny, které mají od zadaného bodu $\boldsymbol{S}$, vzdálenost $\boldsymbol{r}$. Bod S je **střed**, r je **poloměr** kružnice. Délka spojnice dvou bodů kružnice, která prochází středem je **průměr** kružnice $\boldsymbol{d}$. Platí: $d = 2r$

Úsečka AB, jejímiž krajními body jsou body kružnice k, je její **tětivou**.

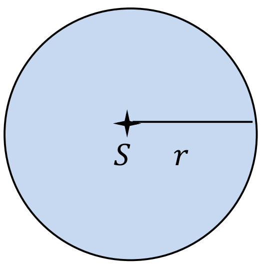
Body A, B rozdělují kružnici k na dva **oblouky** $\overset{\frown}{AB}$

Bod C, pro který $|SC| > r$ leží **vně** kružnice,

Bod D, pro který $|SD| < r$ leží **uvnitř** kružnice.



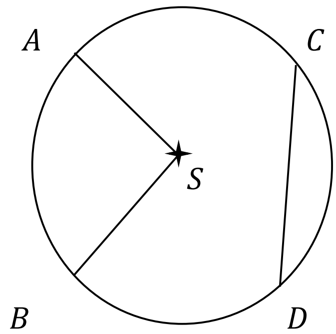
Kruh



Kruh $\boldsymbol{K(S;r)}$ je množina všech bodů roviny, které mají od zadaného bodu $\boldsymbol{S}$, vzdálenost menší nebo rovnu $\boldsymbol{r}$**.** Bod S je **střed**, r je **poloměr** kruhu.

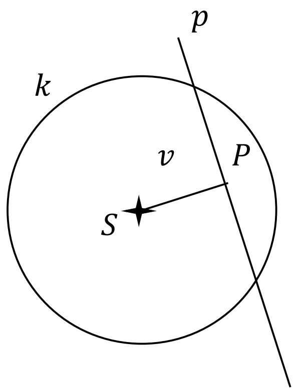
Dva poloměry SA, SB rozdělí kruh na dvě části, které nazýváme **kruhové výseče**

Tětiva CD rozdělí kruh na dvě části nazývané **kruhové úseče**



Vzájemná poloha přímky a kružnice

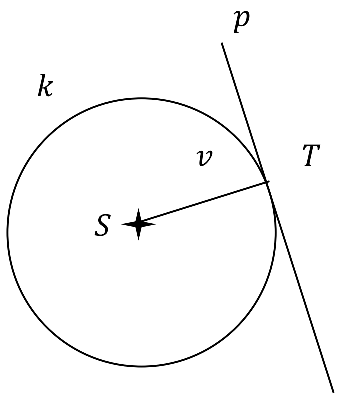
p je **sečna** k



právě dva společné body

$v < r$

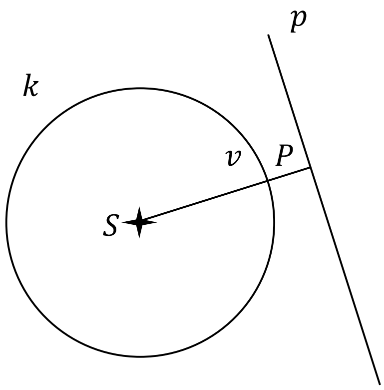
p je **tečna** k



právě jeden společný bod

$v = r$

p je **nesečna** k

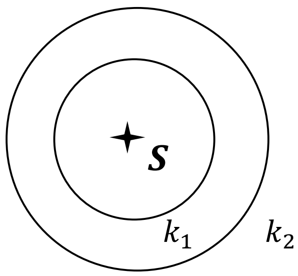


žádný společný bod

$v > r$

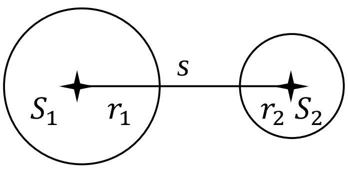
Vzájemná poloha dvou kružnic

a) Dvě kružnice v rovině se společným středem jsou **soustředné**



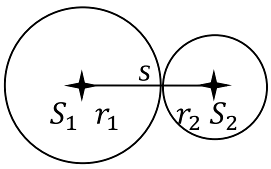
b) Dvě kružnice s různými středy jsou **nesoustředné.** Úsečka jejímiž krajními body jsou středy obou kružnic se nazývá **středná**. Stejně označujeme i její délku.

k_1, k_2 leží vně sebe



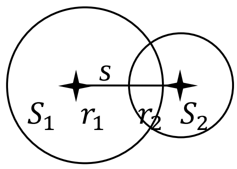
žádný společný bod
$s > r_1 + r_2$

k_1, k_2 mají vnější dotyk



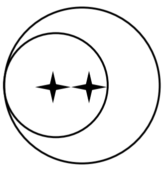
právě jeden společný bod dotyku
$s = r_1 + r_2$

k_1, k_2 se protínají



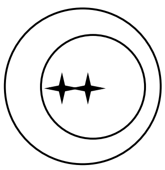
právě dva společné průsečíky
$|r_1 - r_2| < s < r_1 + r_2$

k_1, k_2 mají vnitřní dotyk



právě jeden společný
bod dotyku
$s = |r_1 - r_2|$

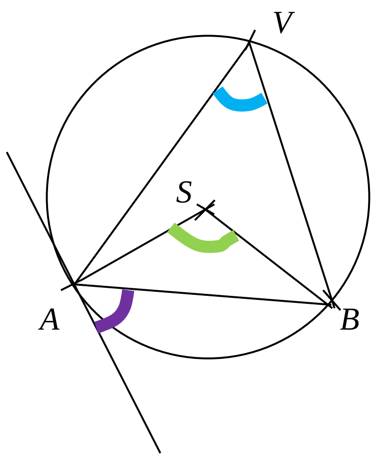
k_2 leží uvnitř k_1



žádný společný bod

$s < |r_1 - r_2|$

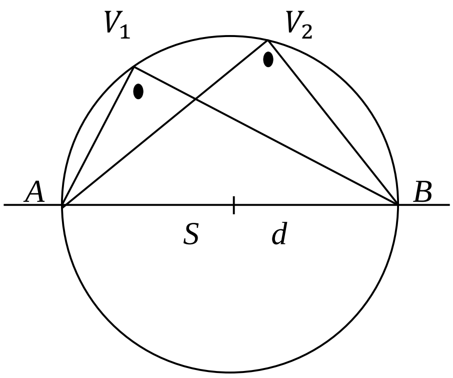
Úhly v kružnici



Úhel, jehož vrcholem je střed kružnice S, a ramena prochází krajními body oblouku AB se nazývá **středový úhel** příslušný k oblouku AB. (stejně velký je úhel **úsekový**)

Úhel, jehož vrcholem je bod kružnice, který nenáleží oblouku AB, a ramena prochází body A, B se nazývá **obvodový úhel** příslušný k oblouku AB.

Pro středový úhel a libovolný obvodový úhel platí: $|\sphericalangle ASB| = 2 \cdot |\sphericalangle AVB|$



Thaletova věta

Obvodový úhel příslušný k **půlkružnici** je **pravý**.

Vztahy pro výpočet :

Délka kružnice = obvod kruhu $\quad o = 2\pi r \qquad o = \pi d$

π je Ludolfovo číslo, přibližně $\mathbf{3,1416}$ (poměr obvodu a průměru)

Délka oblouku kružnice: $\quad l = \frac{\pi r}{180°} \cdot \alpha \qquad \alpha$ je příslušný středový úhel

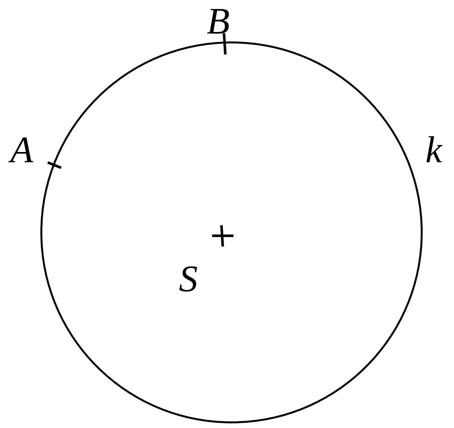
Obsah kruhu: $\quad S = \pi r^2$

Obsah kruhové výseče: $\quad S = \frac{\pi r^2}{360°} \cdot \alpha$

Obvod kruhové výseče: $\quad o = \frac{\pi r}{180°} \cdot \alpha + 2r$

PS 98-116

1. Je dána kružnice $\boldsymbol{k(S;r)}$ a na ní dva různé body $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{B}$. Sestrojte tětivu $\boldsymbol{AB}$, její osu $\boldsymbol{o}$ a nejdelší tětivu kružnice $\boldsymbol{k}$ rovnoběžnou s tětivou $\boldsymbol{AB}$. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá.

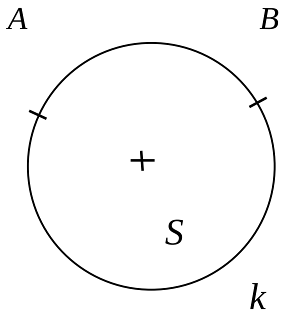


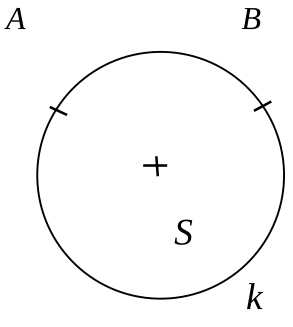
a) Osa každé tětivy kružnice prochází středem této kružnice

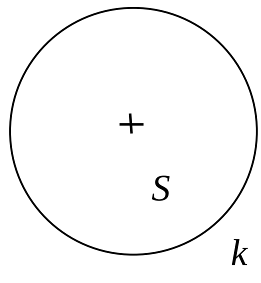
b) Nejdelší tětivou kružnice je její průměr

2. Do jednotlivých obrázků narýsujte středový úhel $\boldsymbol{\omega}$, obvodový úhel $\boldsymbol{\alpha}$ a úsekový úhel $\boldsymbol{\gamma}$, které příslušejí:

a) k menšímu oblouku AB   b) k většímu oblouku AB   c) k libovolné
b)   půlkružnici



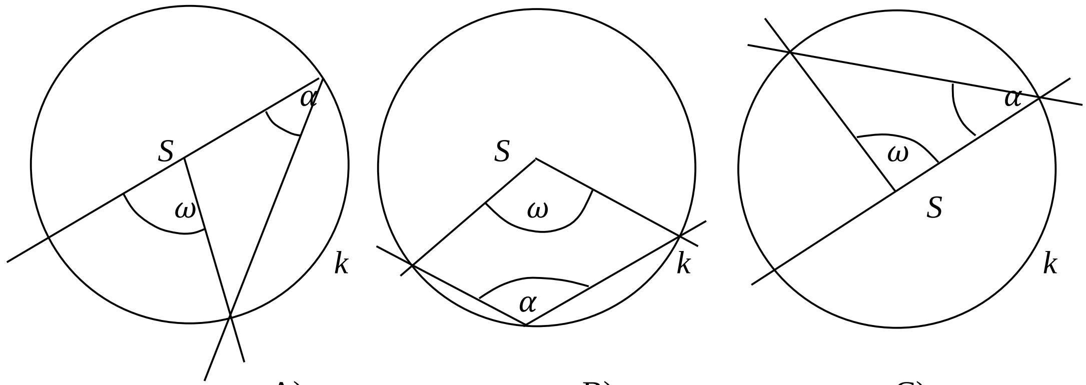




Pro velikosti středového úhlu $\boldsymbol{\omega}$, obvodového úhlu $\boldsymbol{\alpha}$ a úsekového úhlu $\boldsymbol{\gamma}$, které přísluší k témuž kružnicovému oblouku, platí vztahy:

3. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá:
   a) K danému kružnicovému oblouku existuje právě jeden středový úhel
   b) K danému kružnicovému oblouku existuje právě jeden obvodový úhel
   c) Každý obvodový úhel příslušný k půlkružnici je pravý
   d) Součet libovolného obvodového úhlu příslušného k menšímu oblouku AB a obvodového úhlu příslušného k většímu oblouku AB téže kružnice je úhel přímý.

4. Rozhodněte, na kterých obrázcích jsou vyznačeny středový úhel ω a obvodový úhel α příslušející k témuž kruhovému oblouku.



A) B) C)

5. Doplňte tabulku tak, aby úhly ve sloupci příslušely témuž oblouku

	Oblouk 1	Oblouk 2	Oblouk 3
Středový úhel	110°		
Obvodový úhel		90°	
Úsekový úhel			131°24´

6. Do obrázku vyznačte množinu všech vrcholů *X* všech pravých úhlů *AXB*.

Tuto množinu nazýváme:

A + + B

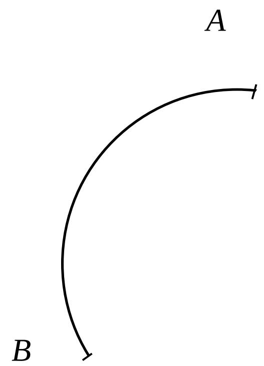
7. a) Jsou dány tři různé body neležící na přímce. Sestrojte kružnici ***k*** pocházející těmito body a vyznačte její poloměr ***r***

c) Je dán oblouk ***AB*** kružnice ***k***. Sestrojte střed ***S*** a poloměr ***r***

× A

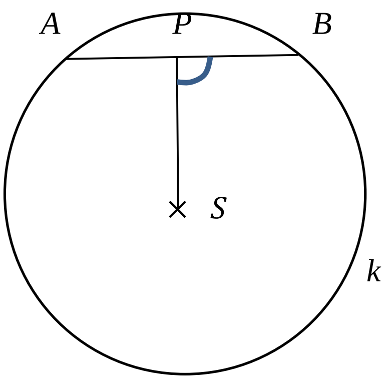
× C

B ×

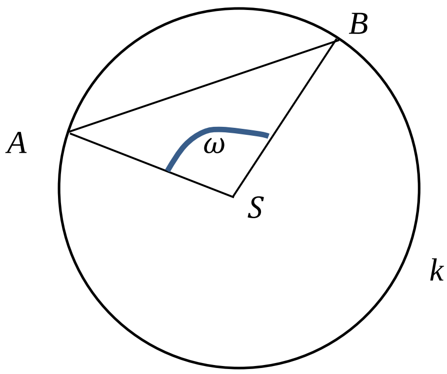


8. Vypočtěte délku tětivy *AB* kružnice $k(S; r)$ je-li dáno:

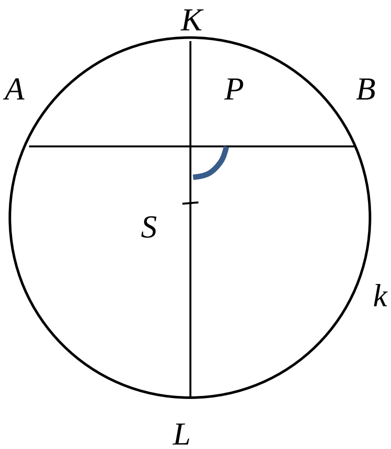
a) $r = 6cm, |SP| = 4cm$



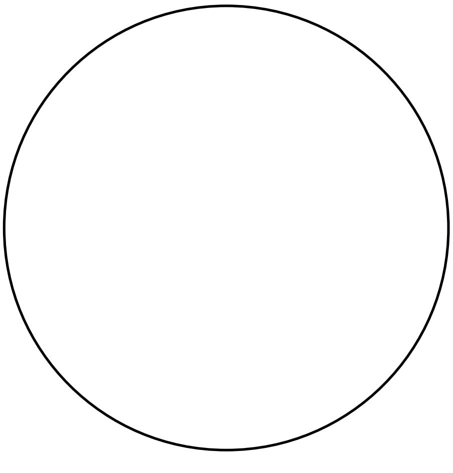
b) $r = 6cm, \omega = 112°$



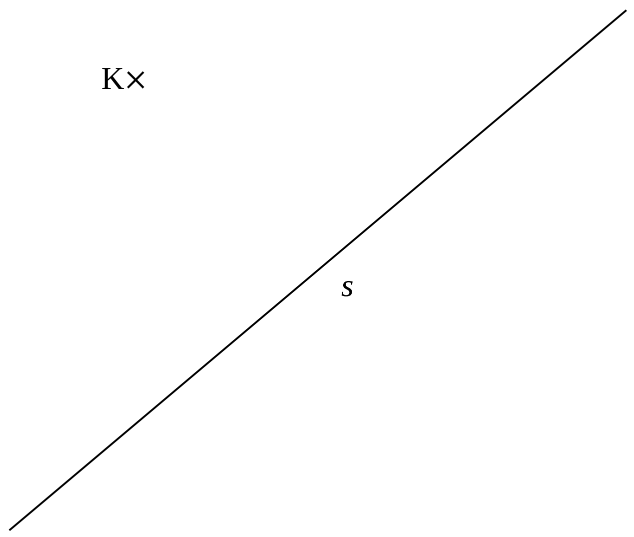
c) $|KL| = 2r = 12cm, |KP|:|PL| = 1:2$



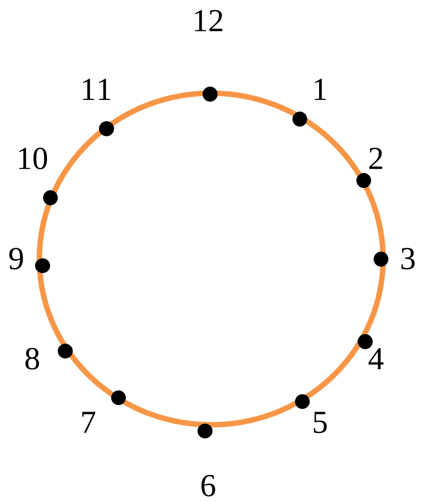
9. Vypočítejte vzdálenost dvou rovnoběžných tětiv *AB* a *CD* kružnice o poloměru 10 cm. Velikost středového úhlu příslušného k menšímu oblouku *AB* je 64°, velikost středového úhlu příslušného k menšímu oblouku *CD* je 100°.



10. Z bezpečnostních důvodů je nutné uzavřít prostor do vzdálenosti 0,8 km od kamenolomu **K**. Ve vzdálenosti 0,4 km od kamenolomu vede přímá silnice **s**. Vypočítejte délku uzavřené části silnice.

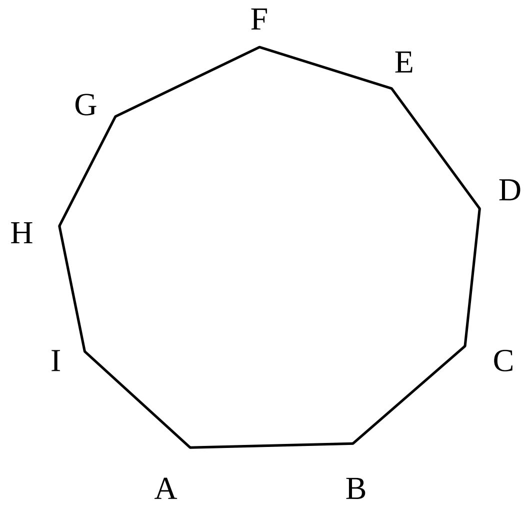


11. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, jehož vrcholy jsou body na ciferníku hodin označené čísly 2, 5, 10.



12. Dokažte, že úsečky, které na ciferníku hodin spojují body označené čísly 2, 9 a 6,11 jsou kolmé.

13. Je dán pravidelný devítiúhelník ***ABCDEFGHI***. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku ***ABEH.***



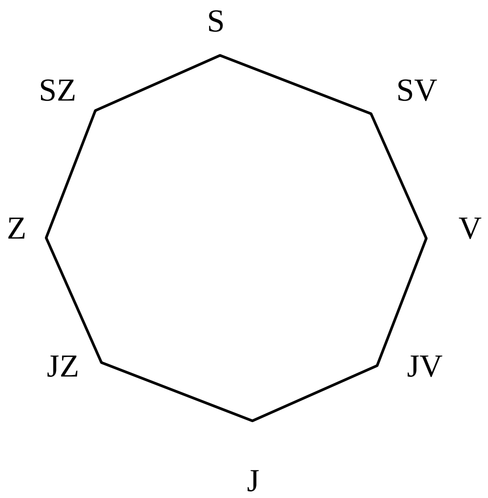
$|\sphericalangle HAB| =$

$|\sphericalangle ABE| =$

$|\sphericalangle BEH| =$

$|\sphericalangle EHA| =$

14. Park má tvar pravidelného osmiúhelníku s osmi vchody označenými podle světových stran. Vypočítejte velikost ostrého úhlu, který svírají dvě přímé cesty spojující SV s JV vchodem a SZ s V vchodem.



15. Doplňte tvrzení:

a) Zvětší-li se velikost středového úhlu čtyřikrát, zvětší se velikost příslušného obvodového úhlu ______

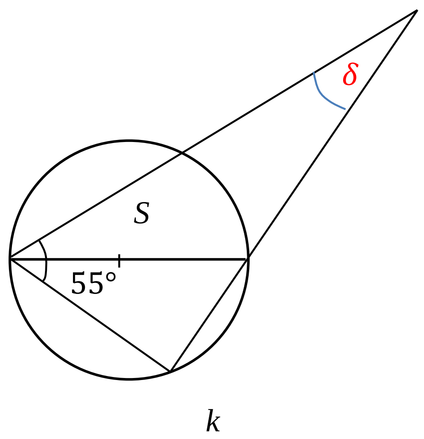
b) Zmenší-li se velikost obvodového úhlu dvakrát, ______ velikost příslušného středového úhlu ______

c) Zmenší-li se velikost středového úhlu o 40° _________ velikost příslušného obvodového úhlu ______

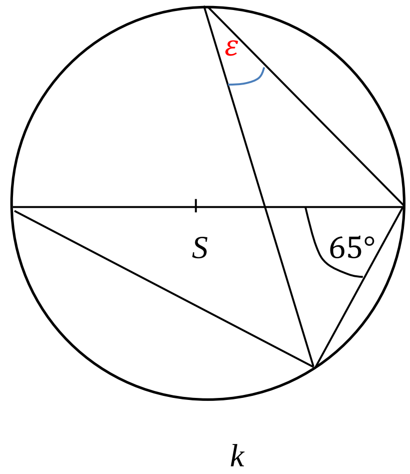
d) Zvětší-li se velikost obvodového úhlu o 34° _________ velikost příslušného středového úhlu ______

16. Vypočítejte velikosti vyznačených úhlů.

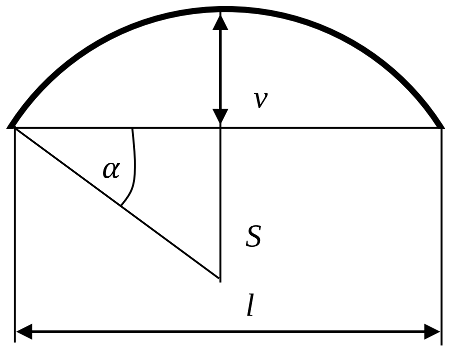
a)



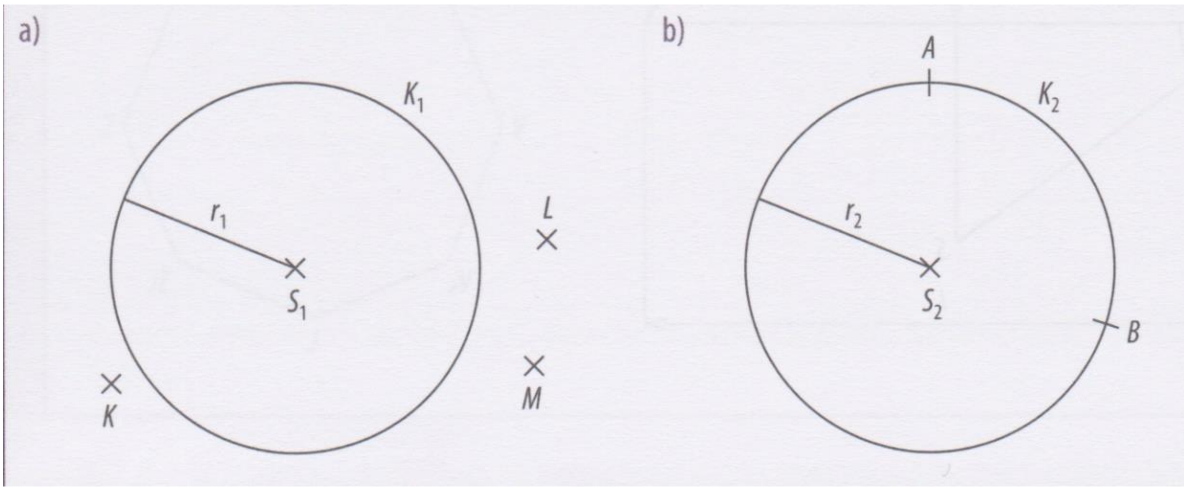
b)



18. Oblouk valené klenby vinného sklepa. Vypočítejte rozpětí klenby $\boldsymbol{l}$, je-li výška $\boldsymbol{v = 1{,}5\ m}$ a velikost úhlu $\boldsymbol{\alpha = 35°}$.



1. V obrázku vyznačte průnik:
   a) Poloroviny KLM a kruhu $K_{1(S_1;\ r_1)}$ b) Konvexního úhlu AS_2B a kruhu $K_{2(S_2;\ r_2)}$



Průnikem je: Průnikem je:

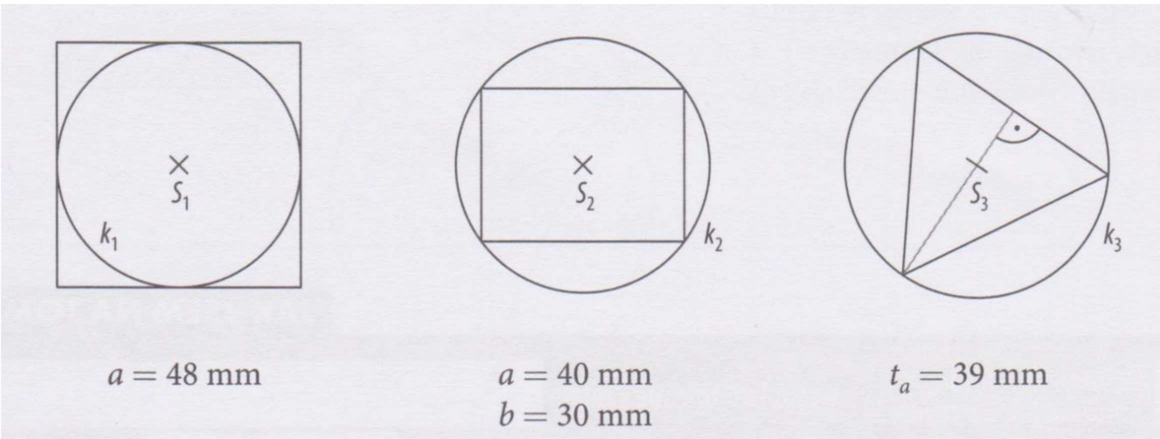
2. Doplňte vzorce.
   Délka kružnice (obvod kruhu): $\boldsymbol{l = o = 2 \cdot \pi \cdot \quad = \pi \cdot}$

   Délka oblouku: $\boldsymbol{l = \frac{\pi}{180°} \cdot}$

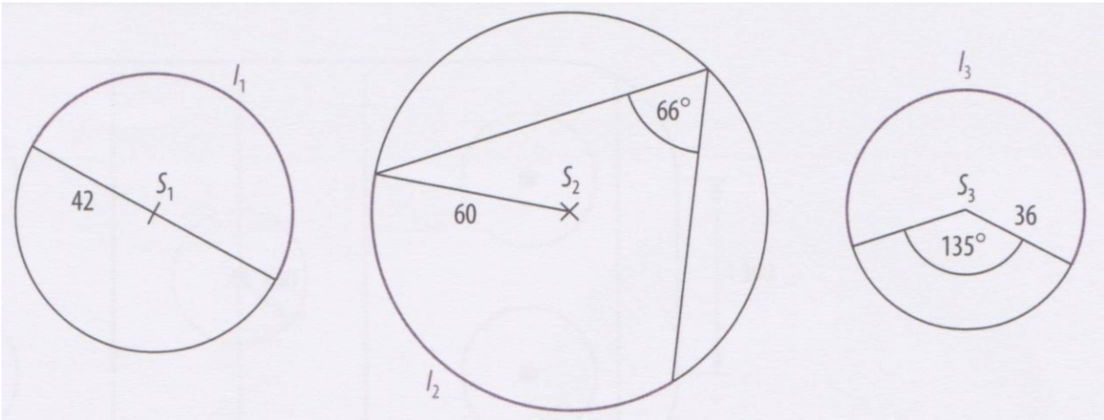
   Obsah kruhu: $\boldsymbol{S = \pi \quad = \pi \cdot \frac{d^2}{}}$

   Obsah kruhové výseče: $\boldsymbol{S = \frac{\pi}{360°} \cdot r^2 \cdot}$

3. Porovnejte délky l_1, l_2, l_3 kružnice vepsané do čtverce, opsané obdélníku a opsané rovnostrannému trojúhelníku.



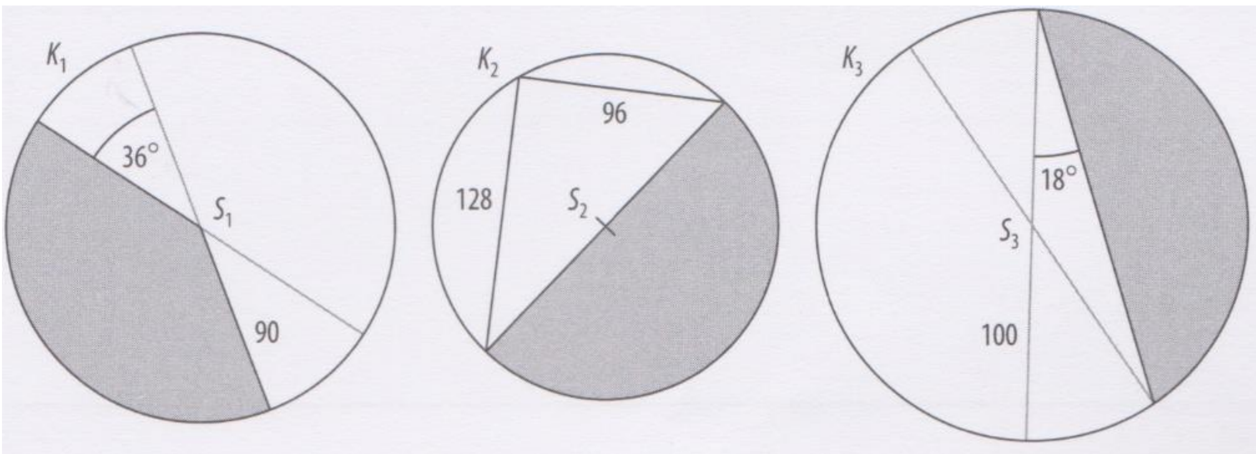
4. Vyberte, který ze zápisů vyjadřuje správné vztahy mezi délkami oblouků. Poloměry jsou v milimetrech.



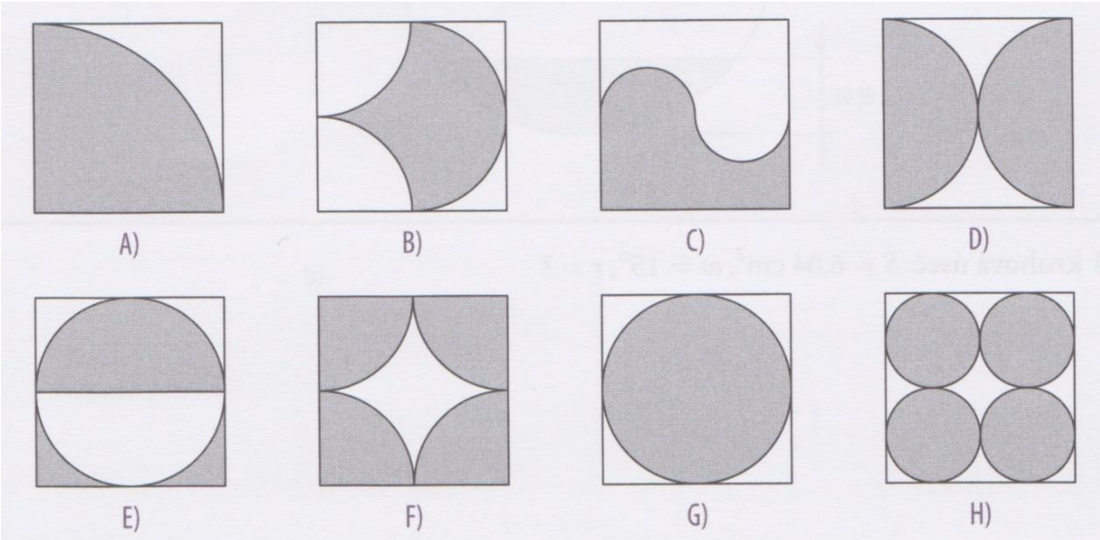
$l_1 =$ $l_2 =$ $l_3 =$

a) $l_1 = l_2 = l_3$ b) $l_1 < l_2 = l_3$ c) $l_1 < l_2 < l_3$ d) $l_2 < l_1 < l_3$

5. Vypočítejte a porovnejte obsahy S_1, S_2, S_3 vyznačených částí kruhů. Číselné údaje jsou v milimetrech.



6. Ve čtvercích o stejné délce strany ***a*** jsou vyznačeny obrazce. Rozdělte je do skupin se stejným obsahem.



7. Při obvyklém značení dopočítejte neznámý prvek, je-li dáno:

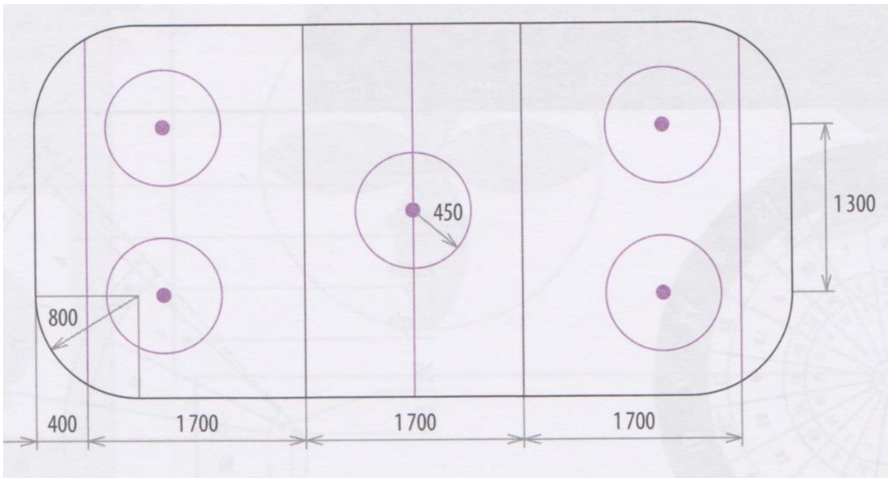
a) Kruhový oblouk: $l = 34{,}5\ dm, \omega = 38°\ , r = ?$

b) Kruh: $S = 0{,}142\ km^2, d = ?$

c) Kruhová výseč: $S = 1533\ cm^2, r = 415\ mm, \omega = ?$

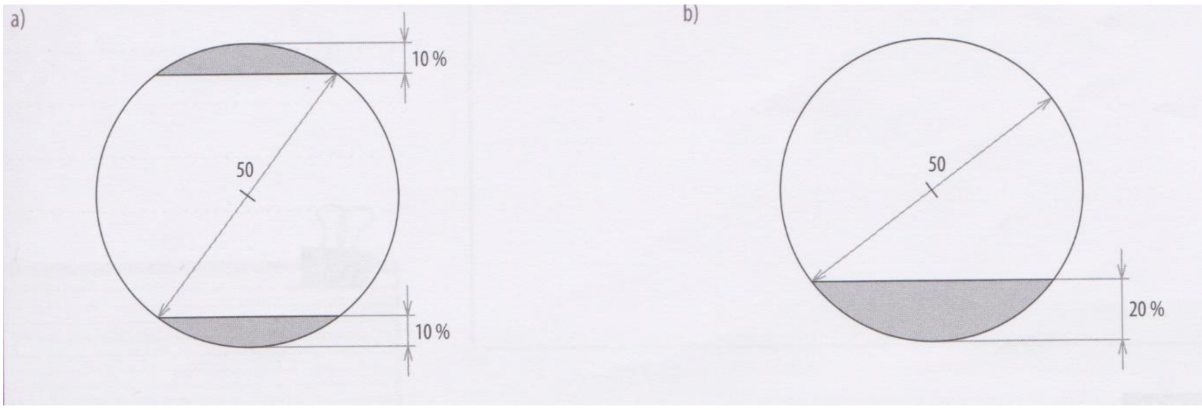
d) Kruhová úseč: $S = 6{,}04\ cm^2, \omega = 15°, r = ?$

8. Na plánku hokejového hřiště jsou rozměry v centimetrech.
   a) Vypočítejte délku mantinelu
   b) Vypočítejte kolik procent plochy tvoří kruhy pro vhazování.

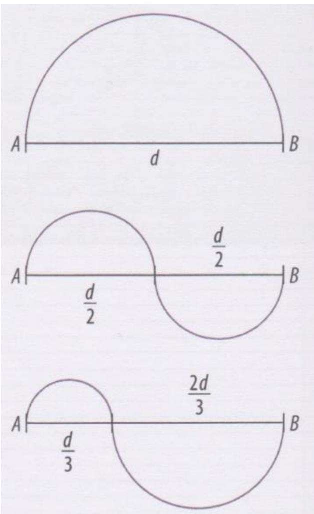


9. Kulatina byla na pile opracována tak, že z jejího průměru bylo dle nákresu odstraněno:
   a) Dvakrát 10%
   b) 20%

   Vypočítejte obsahy průřezů kulatiny po opracování. Průměr je v centimetrech.



Př. Porovnejte délky křivek na obrázku (dosaďte d = 6cm)



Příklady k domácí přípravě

1. Vypočtěte obsah kruhu, jehož obvod je $70\ cm$.

2. Kruh má obsah je $0{,}5\ m^2$. Vypočtěte jeho průměr a obvod.

3. Kruhová verze naší státní vlajky je tvořena třemi kruhovými výsečemi. Vypočtěte obsah každé z nich, má-li kruh průměr $20\ cm$ a středový úhel modré výseče velikost $60°$.

4. Vypočtěte délku kruhového oblouku, je-li poloměr $r = 50\ cm$ a středový úhel $\omega = 40°$.

5. Určete velikost úhlu, který svírá úsečka spojující čísla 12 a 3 s úsečkou spojující čísla 12 a 8 na hodinovém ciferníku.